Università degli studi di Lecce
Dipartimento di Matematica
“Ennio De Giorgi”

ENNIO DE GIORGI:

HANNO DETTO DI LUI ...

A cura di

Giuseppe De Cecco, Maria Letizia Rosato

Quaderno 5/2004

QUADERNI DI MATEMATICA

Una pubblicazione a cura del

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

"Ennio De Giorgi"

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI LECCE

I **QUADERNI** del Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Lecce documentano gli aspetti di rilievo dell'attività di ricerca e didattica del Dipartimento. Nei Quaderni sono pubblicati articoli di carattere matematico che siano:

1. lavori di rassegna e monografie su argomenti di ricerca;
2. testi di seminari di interesse generale, tenuti da docenti o ricercatori del dipartimento o esterni;
3. lavori di specifico interesse didattico.

La pubblicazione dei lavori è soggetta all'approvazione del Comitato di Redazione, che decide tenendo conto del parere di un *referee*, nominato di volta in volta sulla base delle competenze specifiche.

ISBN: 88-8305-019-3

PREFAZIONE

Scopo principale di questo Quaderno è contribuire a far conoscere, agli studenti di Matematica e ad un pubblico anche di non specialisti, l' opera e la visione del mondo di Ennio De Giorgi (1928-1996), il matematico a cui è intitolato il Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce, presso il quale operano suoi allievi ed amici. Specie negli ultimi anni della sua vita, egli frequentava regolarmente il Dipartimento e vi teneva le sue "conversazioni", che hanno ispirato tante ricerche.

Qualche mese prima che De Giorgi morisse, il matematico M. Emmer ha realizzato con lui un' interessante intervista, che, essendo contenuta in una videocassetta (distribuita dall' U. M. I.), ci permette di conoscere anche dal vivo, insieme alle sue idee, tratti della personalità dell' insigne Maestro, la sua vivacità, il suo "gusto" di comunicare con gli altri.

Il Quaderno si può considerare una naturale continuazione del libro *"Ennio De Giorgi, Anche la scienza ha bisogno di sognare"* curato da F. Bassani, A. Marino, C. Sbordone (Ed. Plus, Pisa 2001); infatti il Quaderno comincia là dove il libro finisce.

Il primo contributo è l' affettuoso discorso che l' allora Rettore dell' Università di Pisa, L. Modica, pronunziò alla Scuola Normale Superiore nel giorno del funerale, seguono quelli commossi di F. Bassani ed E. Vesentini. Sono riportate, poi, alcune commemorazioni fatte presso Accademie o Istituzioni, delle quali De Giorgi era membro; in particolare è riportato integralmente il lungo articolo apparso sul Bollettino dell' Unione Matematica Italiana, in cui, dopo le note biografiche, è illustrata la sua attività scientifica con l' elenco di tutte le pubblicazioni. Sono presenti, inoltre, ricordi di matematici, in particolare dell' Università di Lecce.

Nella Bibliografia sono indicati gli scritti, a nostra conoscenza, che hanno illustrato la figura e l' opera di De Giorgi, dedicati ad un vasto pubblico. Auspichiamo che la lista, certamente incompleta, sia arricchita dalle indicazioni che riceveremo dai lettori.

La grande stampa si è anche occupata di lui, in occasione del film *A Beautiful Mind*, incentrato sulla figura del matematico J. Nash, che nella sua autobiografia preparata per la consegna del premio Nobel (1994), così si esprime: *"De Giorgi was first actually to achieve the ascent of the summit (of the figuratively described problem) at least for the particularly interesting case of elliptic equations"*.

Nell' Appendice riportiamo due scritti di De Giorgi, che ci sembrano particolarmente significativi. Il primo è la voce *"Matematica, Valore sapienziale della - "* contenuta nel Dizionario Interdisciplinare di Scienza e Fede, a cura di G. Tanzella-Nitti e A. Strumia (Urbaniana University Press, Città Nuova Ed. 2002), costituita da brani tratti dal libro di E. De Giorgi *Riflessioni su Matematica e Sapienza*, a cura di A. Marino e C. Sbordone (Acc. Pontaniana, Napoli 1996), quest' ultimo attualmente presidente dell' Unione Matematica Italiana.

Il secondo è un articolo, scritto in collaborazione con D. Pallara (Univ. Lecce), apparso su "La Repubblica" (5 ottobre 1991), destinato a dare *qualche indicazione utile a chi deve scegliere la Facoltà e il corso di laurea a cui iscriversi*.

Ci auguriamo che le sue parole incoraggino gli studenti ad intraprendere ed approfondire lo studio della matematica, disciplina che, come le altre, nasce dalla curiosità dell' uomo, dallo stupore che la realtà sia intellegibile. Anzi, secondo Galilei (1623, Il Saggiatore, VI, 232), l' universo *non si può intender se prima non s' impara a intender la lingua nella quale è scritto: la matematica*.

Ringraziamo le tante persone che, in vario modo, hanno contribuito alla realizzazione di questo Quaderno; gli enti e gli editori, che gentilmente ci hanno concesso di riportare i discorsi e gli scritti (all' inizio dei quali è indicato il volume da cui, rispettivamente, sono stati tratti). Un ringraziamento particolare va alla famiglia De Giorgi, specialmente alla signora Rosa, che ha donato al Dipartimento libri, foto e ricordi appartenuti al fratello.

Giuseppe De Cecco
M. Letizia Rosato
Lecce, 23 novembre 2004

INDICE

PREFAZIONE iii

1 L' ADDIO A UN GRANDE MATEMATICO 1
- 1.1 Discorso di L. Modica 1
- 1.2 Discorso di F. Bassani 7
- 1.3 Discorso di E. Vesentini 9

2 COMMEMORAZIONI DI ACCADEMIE E ISTITUZIONI 13
- 2.1 Unione Matematica Italiana
  L. Ambrosio, G. Dal Maso, M. Forti, M. Miranda, S. Spagnolo 13
  - 2.1.1 Note biografiche 13
  - 2.1.2 L' opera scientifica di Ennio De Giorgi 17
  - 2.1.3 Pubblicazioni 39
- 2.2 (Addendum)
  G. De Cecco, G. Palmieri 53
- 2.3 Societé Mathématique de France e American Mathematical Society
  J.L. Lions, F. Murat 55
- 2.4 Accademia dei Lincei
  E. Bombieri 59
- 2.5 Accademia Pontaniana
  C. Sbordone 68
- 2.6 Accademia Ligure
  J. P. Cecconi 69
- 2.7 Istituto Lombardo di Scienze e Lettere
  E. Magenes, L. Ambrosio 73

3 COMMEMORAZIONI SU RIVISTE SCIENTIFICHE **79**
3.1 In "L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate" *G. Prodi* . . . 79
3.2 In "Annali della Scuola Normale Superiore" *A. Faedo* . . . 85
3.3 In "Annali di Matematica Pura ed Applicata" *C. Sbordone* . . . 87
3.4 In "Meccanica" *P. Villaggio* . . . 91

4 CONVEGNI **93**
4.1 Convegno in memoria di E. De Giorgi S.N.S., Pisa, 20–23 ottobre 1997 . . . 93
4.1.1 Discorso introduttivo al Convegno di *G. Letta* . . . 93
4.1.2 Discorso di *W. Fleming* . . . 95
4.1.3 Discorso di *E. Vesentini* . . . 97
4.2 International Symposium on Foundations in Mathematics and Biology, Pontifical Lateran University, Rome, november 26–27, 1998 . 104
4.3 The Mathematics of Ennio De Giorgi S.N.S. Pisa, october 24–27, 2001 . . . 105

5 RICORDI **109**
5.1 *M. Emmer,* Libertà, amore, fantasia: una vita in numeri . . . 109
5.2 *M. Miranda, R. Leonardi,* Un maestro per vocazione . . . 112
5.3 *A. Marino,* Ennio De Giorgi, uno dei più grandi matematici del mondo. . 114
5.4 *M. Carriero,* Il legame della scienza . . . 122
5.5 *A. Leaci,* Discorso per l'intitolazione del Dipartimento di Matematica . 130
5.6 *G. De Cecco,* Ennio De Giorgi e il valore sapienziale della matematica . . . 138
5.7 *M. Miranda,* De Giorgi's Summer Holidays and XIX Hilbert Problem . . . 148
5.8 *G. Buttazzo,* Caro maestro . . . 149
5.9 *E. Pascali,* Discorso per l' inaugurazione del Centro di Lizzanello . . . 151
5.10 *E. Giusti,* Ricordo di Ennio De Giorgi. . . . 158

APPENDICI **163**

A Valore Sapienziale della Matematica
E. De Giorgi **165**
A.1 La matematica e le altre forme di sapere 165
A.2 La matematica e la religione 170
A.3 Il valore sapienziale della matematica fra fede e scienza . . . 172

B E in questo mondo i numeri non bastano,
E. De Giorgi, D. Pallara **179**

C Luoghi Intitolati a Ennio De Giorgi **185**

BIBLIOGRAFIA **187**

CAPITOLO 1

L' ADDIO A UN GRANDE MATEMATICO

Si riportano i discorsi pronunciati il 27 ottobre 1996 nel cortile della Scuola Normale Superiore di Pisa, in occasione del commiato accademico.

Nello stesso giorno, presso la Chiesa di S. Frediano (Pisa) si è tenuto il funerale, officiato dal teologo Severino Dianich; il giorno dopo presso la Basilica di S. Croce (Lecce) il funerale è stato officiato dall' Arcivescovo di Lecce, Cosmo Francesco Ruppi.

1.1 DISCORSO DI L. MODICA

Intervento di Luciano Modica, allievo di De Giorgi e Rettore dell' Università di Pisa.

Confesso che quando Franco Bassani e Luigi Radicati mi hanno chiesto di prendere la parola oggi durante questo triste e solenne commiato accademico da Ennio De Giorgi, la mia prima reazione è stata quella di tirarmi indietro, temendo che l' empito della commozione e dei ricordi dell' allievo sopraffacessero la partecipazione, certo commossa, ma necessariamente composta, di chi qui è chiamato da Rettore a rappresentare l' Ateneo pisano e la sua comunità di studenti e docenti. Se poi ho accettato, non è stato perché, sono sicuro di superare questo timore, ma perché spero che tutti voi familiari, allievi, amici di Ennio, saprete comprendere e scusare l' emotività da cui forse non riuscirò ad evitare che sia pervaso il tono delle mie parole. Perché la vostra presenza in questo cortile, le cui soavi linee architettoniche tanto Ennio ha amato e che rimangono per tanti dei presenti indissolubilmente legate alla loro giovinezza, non ha nulla del dovere accademico, se non i suoi aspetti spirituali più alti, mentre invece vuole manifestare la riconoscenza e l’ affetto tutti umani verso una persona accanto a cui abbiamo avuto il privilegio di trascorrere un periodo più o meno lungo, ma sempre indimenticabile, della nostra vita.

Con Ennio De Giorgi scompare un matematico di eccezionale creatività che quasi certamente sarà storicamente valutato come il più illustre tra i tanti grandi matematici che hanno in questo secolo mantenuta alta la fama in Italia e nel mondo della ricerca matematica della scuola pisana. Il suo nome e le sue ricerche sono, e rimarranno per sempre, legati alla Scuola Normale, in questa istituzione e in questi edifici dove egli arrivò, chiamato da Sandro Faedo come giovane professore trentenne che aveva già dimostrato uno dei più importanti teoremi del XX secolo, e dove egli ha trascorso quasi per intero la sua vita, se si escludono i soggiorni nella amatissima città natale e familiare di Lecce.

Eppure posso e devo testimoniare che tutta l’ Università di Pisa, e naturalmente in modo particolare i docenti delle materie matematiche, sentivamo tutti come “nostra” l’ attività didattica e di ricerca di De Giorgi, come in parte anche “nostri” i suoi risultati scientifici e i riconoscimenti alla sua persona e alla sua opera. Con un moto di affetto semplice e spontaneo, il Dipartimento di Matematica dell’ Università ha deciso di fermare tutte le attività domani per un’ora e di riunirsi in aula — docenti e studenti — per ricordare, senza particolari cerimonie, la sua lunga, indimenticabile presenza accanto a loro. E penso di non essere lontano dal vero se immagino che in molti altri dipartimenti di matematica italiani si percepirà un sentimento analogo e si terranno forse analoghe manifestazioni. Del resto non è un caso se l’ Università di Pisa, qualche anno fa, insignì Ennio De Giorgi dell’ Ordine del Cherubino, pur essendo questa onorificenza riservata ai professori dell’ Ateneo, il che egli mai fu dal punto di vista burocratico–formale se non per qualche breve e lontano anno in cui tenne per incarico alcuni corsi elementari, peraltro tuttora indimenticati da chi ebbe la fortuna di esserne studente.

Mi sia permesso dire che, da questo punto di vista, Ennio De Giorgi è stata la testimonianza più alta di che cosa sia e debba essere la comunità universitaria pisana. Le tre istituzioni universitarie che la compongono, pur nelle loro ben differenti finaltà istituzionali e dimensioni, non devono dimenticare nelle piccole difficoltà di ogni giorno che solo il comune senso di appartenenza alla stessa comunità e alla stessa missione culturale fa di questo microsistema universitario cittadino e di questa piccola città toscana un esempio luminoso e forse unico. Il mio impegno come rettore — e sono certo di poter dire: il nostro impegno — sarà quello di sostenere e inventare iniziative che ci vedano riuniti non solo nell’ inesausto tentativo di ampliare la conoscenza umana nei nostri specifici ambiti di ricerca ma anche, con un profondo senso di amicizia, in quello scambio di esperienze e di conoscenze tra ricercatori di diversa formazione che è la base stessa della cultura universitaria. Sento di doverlo come estremo ringraziamento a chi non ha mai smesso di incitarci in questa direzione e di impegnarvisi in prima persona.

Un altro nome semplice, antico e al tempo stesso alto che descrive questo senso di comunità è quello di *scuola*. Nell' ambito della scuola matematica pisana, Ennio De Giorgi ha avuto la sua propria scuola, proprio come i grandi filosofi dell' antichità greca. Era scuola quell' appuntamento il martedì alle 11 in aula C (e il mercoledì per i logici, almeno così dicevamo un tempo) che ha scandito per oltre trent' anni le settimane di lavoro di Ennio e dei suoi studenti. E gli studenti andavano dai ragazzi ancora alle prese con le lezioni e gli esami universitari ai professori ordinari che erano stati suoi allievi, agli ospiti temporanei italiani e stranieri della Scuola Normale: tutti venivano a sentire le sue nuove idee o la sua stupefacente capacità di far rivivere in modo sempre nuovo e intrigante parti tradizionali della matematica. Non potete credere quanto sia profondo oggi il mio rammarico per aver tradito questo appuntamento negli ultimi anni e per non poterlo più immaginare rinnovarsi nel futuro.

Era scuola quel ritrovarsi, certe volte per caso, nel suo studio alla Scuola Normale o, più raramente nelle aulette del Timpano, davanti ad una lavagna che si riempiva di simboli e ghirigori matematici, in un disordine apparente per gli estranei, per i giovani ancora non abbastanza esperti e certe volte anche per gli esperti, mai per De Giorgi che teneva le fila del discorso, che voleva a più voci, ma che dominava in ogni momento. Anche quando improvvisamente si sprofondava nella sua poltrona a leggere il giornale, accompagnando con un tipico, monotono *sì, sì* ... le nostre elucubrazioni alla lavagna, un intercalare che sembrava essere dimentico di noi e che invece si tramutava alla fine, magicamente, in un suggerimento illuminante e risolutivo, che Ennio aveva pescato in chissà quali imperscrutabili recessi della sua mente alla fine di percorsi deduttivi e di calcoli approssimati che forse nemmeno lui voleva o sarebbe riuscito a percorrere per intero. E su questi suggerimenti, che saggiamente e generosamente mai andavano oltre questo livello di spunto, tutti noi suoi allievi abbiamo costruito le nostre ricerche più importanti. Ad ognuno dei suoi allievi sembrerà oggi impossibile il pensare che sarà d'ora in poi inutile venire alla Scuola e salire nel suo studio per trovarlo sorridente nel suo vestito stazzonato e con la camicia bianca perennemente aperta sul collo, il suo tavolo sommerso di carte in disordine, felice di poter riannodare immediatamete un discorso matematico e umano mai troncato.

Era scuola quel ritrovarsi fuori Pisa, per un certo tipo di convegni che De Giorgi ha sempre amato moltissimo, convegni ristretti, spesso solo per un gruppo di amici e allievi, meglio se in una località piccola e amena, meglio ancora se tutti riuniti in un alberghetto per poter non perdere nemmeno un attimo della occasione di vivere insieme le nostre giornate non sempre dedicate alla matematica ma sempre aperte ad essa, anche sulla spiaggia o passeggiando in cittadine appartate o in sentieri di montagna, lontani da quel tran tran universitario di ogni giorno che per Ennio, che pure ne capiva le ragioni e mai se ne lamentava, rappresentava l' impossibilità di avere vicini i suoi allievi come avrebbe voluto. Sembrava talvolta avere fretta di comunicarci le sue idee matematiche, quasi che presagisse che non gli era dato un tempo molto lungo avanti a sé. Ennio De Giorgi, e prima di lui Guido Stampacchia e Aldo Andreotti, i grandi maestri della fioritura imponente della matematica pisana tra il 1960 e il 1975, ci hanno lasciato prima che ci fosse dato tutto quello che essi avrebbero potuto dare.

Mi sembrano anni lontanissimi, ma i ricordi di questi convegni sono vivissimi: la serie, cara ai giovani matematici degli anni '70, dei seminari chiamati SAFA, in cui ho un ricordo particolarmente vivido di Ennio in giro per le strade dell' Aquila a parlare di matematica fino a notte inoltrata, o di un Ennio felice e giocoso come un bambino nel mare di Catania, i convegni all' isola d' Elba, quelli a Bressanone o a Povo di Trento. Al punto tale che De Giorgi, quando per una serie di motivi queste iniziative si diradarono, teorizzava al suo modo che non si può fare ricerca nella propria sede universitaria, anzi in nessuna sede universitaria, ma solo quando tutti sono insieme e contemporaneamente lontani dalla propria.

Era scuola quell' essere messi a parte delle sue iniziative anche fuori della matematica, per i diritti umani, ad esempio, o per le sue sempre più presenti riflessioni sulla sapienza nell' ultima parte della sua vita.

Si era ancora in quell' epoca particolarmente ricca (si diceva, consumista) e altrettanto scettica sulla possibilità che il mondo, allora congelato in una guerra fredda che andava ben oltre l' equilibrio militare e politico tra i due blocchi e che si estendeva anche alle più minute vicende nazionali ed internazionli, potesse avviarsi su altre strade nonostante la generosità utopistica delle prime proteste studentesche alla fine degli anni '60, quando Ennio De Giorgi, unendosi ad altri grandi matematici europei, decise di impegnarsi nel campo della difesa dei diritti umani, iniziando con la campagna in favore della liberazione del matematico sovietico Leonid Pliutsch. Posso testimoniare che lo scetticismo allora all' inizio pervase anche molti dei suoi allievi, ma con la ferma pervicacia spirituale che gli era caratteristica Ennio andò avanti, coinvolgendo tanti non solo fino alla liberazione di Pliutsch, ma verso l' impegno più generale di Amnesty International e verso la continua riproposizione della Dichiarazione universale dei diritti dell' uomo approvata dall' ONU dopo la fine della seconda guerra mondiale. Certamente, anche in questo campo, egli è stato un precursore, almeno nell' ambito della scienza italiana.

Credo di poter ricostruire nell' impegno culturale di De Giorgi un ben preciso ottimismo della ragione (e non il *pessimismo* della ragione, secondo il famoso detto gramsciano) che lo guidava e motivava contro ogni disillusione proveniente da una realtà dura a dar spazio alla speranza. Credo che questo sia un altro degli insegnamenti non matematici che dobbiamo portare nel nostro cuore e nella nostra mente, soprattutto in un periodo in cui il nostro Paese sembra non saper ancora aver trovato con certezza la via per uscire dalla profonda crisi morale e delle istituzioni pubbliche che lo attanaglia.

Mi accorgo di aver parlato quasi niente della matematica di Ennio De Giorgi, di quella parabola luminosa che unisce gli studi sulle equazioni differenziali di tipo ellittico (interi trattati di matematici italiani e stranieri potrebbero essere descritti come un lavoro importante e difficile di analisi acuta e di generalizzazione amplissima di un unico famosissimo suo teorema) a quelli sulle superfici di area minima, alla teoria dell' omogeneizzazione dei materiali compositi, alla Gamma–convergenza, all' evoluzione delle superfici in base alla loro curvatura. Cinque grandissimi temi, solo per citare alcuni dei più importanti del suo lavoro di ricerca, che Ennio ha fondato o a cui ha dato un impulso straordinario.

Non è certo qui il luogo e non sono certo io la persona adatta per tracciare una storia dell' esperienza intellettuale di De Giorgi, che mi pare oggi come l' ultimo dei grandi matematici ottocenteschi. Certo mi sembra di scorgere un denominatore comune nel suo lavoro, un' attenzione e un' abilità tutte particolari nei temi della teoria della misura, sempre ricorrenti nei suoi lavori, da quel quadernetto sull' integrazione che studente alla fine del primo anno consegnò al suo maestro Picone (sempre presente alla sua memoria, anche se molto pudicamente) e che colpì talmente Picone da fargliene parlare in treno a Faedo come di un futuro genio della matematica (e Faedo non lo perdette più di vista) fino alle ultime ricerche sul movimento delle superfici. Chissà che questa riflessione matematica astratta lunga una vita sul tema del misurare non lo abbia guidato ad essere, nella vita di ogni giorno, uomo di eccezionale misura in tutte le sue manifestazioni e in tutti i suoi giudizi.

Come capita sempre ai grandi maestri, accanto a De Giorgi, in questa parabola luminosa, sta la galassia dei suoi allievi, tante stelle di diverse luminosità, ma tutte accomunate da un' educazione e da uno stile matematico particolari. In ognuno dei suoi campi di ricerca più amati, i suoi grandi allievi, i suoi allievi migliori, hanno a loro volta creato scuole importanti, in quella continuità di generazioni che è il segno stesso dell' eccellenza scientifica. Certo non saprei dire quando la sorte riserverà a Pisa di riavere un altro matematico di grandezza assoluta come Ennio De Giorgi, forse trascorreranno anni, forse decenni. Mi ha colpito quello che mi ha detto ieri uno dei suoi ultimi grandi allievi:

> *il nostro compito sarà quello di mantenere alto il tono dell' ambiente e la tensione intellettuale nella matematica, affinché trovi lo spazio adatto per svilupparsi, se succederà e quando succederà, forse ben oltre l' esperienza umana di ognuno di noi, l' attività di un altro futuro genio della matematica, quasi sicuramente in un campo completamente diverso da quello di De Giorgi.*

Mi piace citarlo perché, vi ho scorto quello che è il senso ultimo di tutta l' attività di ricerca, mi piace citarlo perché penso che sia la missione di ogni università e di chi la gestisce pro–tempore.

Sugli interessi filosofici e teologici di De Giorgi non sarei capace di dilungarmi, ricordo solo la leggera meraviglia che provai quando ascoltai la sua lezione magistrale alla Sorbona nel novembre 1983 durante la cerimonia in cui gli fu conferito il prestigioso dottorato *honoris causa* di quella antichissima Università. Non sono stato in grado di controllare i miei ricordi, ma ho la sensazione che in quella sede per la prima volta gli sentii fare in esordio un discorso alto e meditato sul valore sapienziale della matematica, imprevedibilmente perché mi attendevo qualche argomento di più stretta osservanza matematica, alla quale poi in effetti egli dedicò la seconda parte della sua lezione. Dopo di allora il suo interesse in questo campo si è andato sempre più ampliando, pur mai lasciando la ricerca attiva in matematica, come testimoniano i suoi scritti recentemente raccolti in un volume da Antonio Marino e Carlo Sbordone. Credo del resto che sia rimasto abbastanza unico nel panorama internazionale il fatto che i due volumi di articoli di ricerca che matematici di tutto il mondo dedicarono ad Ennio De Giorgi in occasione del suo sessantesimo compleanno si aprano con una conversazione con De Giorgi sul tema della comunicazione della scienza. Ed egli volle che questa conversazione si aprisse con una citazione dalla Bibbia, dal Libro dei Proverbi, sul carattere amichevole e "conviviale" che deve avere la comunicazione del sapere e quindi la scienza tout court. Spero che concordiate con me che questo è il dono più alto che Ennio ci ha lasciato ed è per questo che chiudo queste mie brevi e certamente insufficienti parole in suo ricordo con quella citazione biblica che egli tanto amava:

La Sapienza ha costruito la sua casa
adornata con sette colonne.
Ha ucciso animali, ha procurato il vino,
ha già preparato la sua tavola.
Ha mandato le sue serve a fare gli inviti
dai punti più alti della città.
Esse gridano:
"Venite e mangiate il mio pane,
bevete il mio vino aromatizzato".

1.2 Discorso di F. Bassani

Intervento di Franco Bassani, Direttore della Scuola Normale Superiore di Pisa.

Siamo qui riuniti per dare l' ultimo saluto a Ennio De Giorgi, un grande matematico, un caro collega e amico, un grande uomo.

La Scuola Normale lo ha avuto come professore dal 1959, quando Alessandro Faedo e il Direttore Remotti lo invitarono, giovane trentenne, ad occupare una nuova cattedra assegnata allora alla Scuola. Allievo di Mauro Picone aveva già mostrato una grande originalità e indipendenza di pensiero ed aveva ottenuto importanti risultati scientifici.

Durante i suoi quarant' anni alla Scuola Normale ha formato non solo numerosi allievi ma una scuola di pensiero e ha portato fondamentali contributi alla scienza matematica. Per questo può essere annoverato tra i grandi matematici di ogni tempo.

Ha avuto prestigiosi riconoscimenti: la laurea "honoris causa" della Sorbona del 1983, il premio Wolf del 1990. Era socio dell' Accademia dei Lincei, della Pontificia Accademia delle Scienze, dell' Académie des Sciences di Parigi, della National Academy di Washington. Di tutto questo non si gloriava affatto e non abbiamo mai conosciuto persona più semplice e modesta.

Ha trascorso qui la sua vita operosa e intensa e qui la Scuola Normale gli esprime la sua gratitudine, e il loro affetto e la loro ammirazione gli esprimono in questa sede quanti sono presenti, anche per unirsi al dolore dei suoi familiari. Numerosissimi i telegrammi e tra gli altri quello del sindaco di Pisa, del sindaco di Firenze, del Presidente dell' Unione Matematica e di tanti dipartimenti di matematica delle università. Vorrei segnalare il testo di un fax dei suoi allievi di Cracovia:

> *Abbiamo saputo della morte del nostro caro Maestro, Amico e Benefattore e vogliamo esprimere le nostre condoglianze e il nostro dolore.*

E in queste parole semplici che vengono da lontano c' è il senso profondo di quello che abbiamo perduto con lui e del perché gli abbiamo voluto tanto bene tutti noi colleghi, alunni, personale non docente della Scuola, tutti noi che lo abbiamo conosciuto.

Sentiamo più o meno consciamente, e lo sente anche chi non ha mai visto al Collegio Timpano la stanza che lui aveva voluto disadorna, direi "francescana", dove ha vissuto per tanti anni tra cataste di libri e di manoscritti: sentiamo profondamente che abbiamo avuto tra noi un autentico santo.

Davanti al mistero della morte ogni parola è vana, ma con tante immagini che si affacciano alla mente e tanti ricordi voglio salutarti caro Ennio ricordando quello che tu ci dicesti a conclusione di un incontro a Firenze qualche anno fa.

Ecco le tue parole che vorrei diventassero le nostre:

> *"Consideriamo i problemi che l' umanità deve affrontare, della pace e della guerra, della libertà e dell' oppressione, della fame e dello sviluppo . . . fallisce una logica puramente specialistica e non basta nemmeno una logica interdisciplinare: si impone una logica sapienziale, nel senso ampio che alla parola sapienza dà la Bibbia. Occorre esaminare i problemi del nostro tempo con tutto il rigore del buon ricercatore e con la severa e amara sincerità dell' Ecclesiaste e del libro di Giobbe, senza temere che il riconoscimento obiettivo di mali e pericoli . . . possa causare scoramento e sconforto. Occorre guardare la realtà con coraggio e onestà intellettuale, riconoscendo che tutti siamo ignoranti di fronte alla vera Sapienza, cercando di mettere insieme le piccole particelle di sapere che ognuno possiede, lo scienziato come il contadino, l' artista come il fruttivendolo, il teologo come il tranviere. Dobbiamo pregare il Signore perché illumini le nostre menti sperando fortemente che la nostra preghiera, come quella di Salomone, venga esaudita.*
>
> *Lo scienziato ha molte ragioni per amare la Sapienza e le virtù che le sono compagne: l' umiltà, la solidarietà umana, la speranza . . . . Ogni piccolo o grande motivo di Speranza è un dono di cui dobbiamo ringraziare il Signore. Devo però ammettere che di fronte a tutti i mali che affliggono l' umanità . . . e soprattutto di fronte alle malattie di chi ci è vicino e alla morte delle persone più care abbiamo bisogno delle ragioni di speranza più forti che nascono dalle promesse di Cristo a Pietro e alla sua Chiesa, dal mistero della croce e della resurrezione, di cui dobbiamo essere testimoni".*

1.3 Discorso di E. Vesentini

Intervento di Edoardo Vesentini (Accademia dei Lincei), interprete dei sentimenti di tanti colleghi ed amici.

Fra i matematici presenti, e in particolare fra i colleghi della Scuola Normale, credo di essere uno di quelli che conoscevano Ennio De Giorgi da maggior tempo. Anche per questo, chiedo scusa se, parlando di lui, mi capiterà di commuovermi.

Ci siamo incontrati per la prima volta con Ennio nel 1951, borsisti tutti e due: io all' Istituto Nazionale di Alta Matematica, lui all' Istituto per le Applicazioni del Calcolo, per diventare poi assistente di Mauro Picone all' Università di Roma. Fummo presto amici. Ennio aveva un modo spontaneo e disarmante di offrirsi all'amicizia, anche se questa sua disponibilità corrispondeva ad una personalità forte che non colpiva soltanto noi, suoi coetanei, ma lasciava un' impronta anche fra i nostri maestri di allora: Picone, Severi, Fantappié, Krall, Conforto, ...

Fra essi, colui che ha svolto un ruolo particolarmente importante nella vita di Ennio è stato Picone. Questi era, e sembrava a noi già allora, un professore "all' antica", con le caratteristiche esteriori dei professori universitari di una volta. Eppure, egli aveva con De Giorgi, fin dai tempi della tesi di laurea di quest' ultimo, un rapporto in qualche modo diverso che con gli altri numerosi allievi. Picone teneva i suoi corsi universitari nelle prime ore del mattino, e desiderava che i suoi assistenti frequentassero le sue lezioni, indipendentemente dal fatto che esse non cambiassero sempre da un anno all' altro. Arrivando all' Istituto Matematico (che sarebbe diventato più tardi il Dipartimento di Matematica Guido Castelnuovo) al mattino presto, incontravo spesso Picone che, finita la lezione, si incamminava verso l' Istituto per le Applicazioni del Calcolo, circondato dai suoi assistenti: Bertolini, Pucci, Aparo, ... Non sempre vedevo fra questi De Giorgi, per il quale le ore del mattino erano consacrate al sonno. Ma, per lui, Picone faceva eccezione, così come tollerava la scarsa propensione di Ennio per la correzione delle bozze e per la revisione dei manoscritti altrui.

Ci fu, in quegli anni, un altro incontro che — dopo quello con Picone — ha contato nella vita di Ennio. Nel 1953 o '54, se ben ricordo, tenne un seminario, a Roma, Renato Caccioppoli. Ennio si occupava allora del "problema della nave": una questione di calcolo delle variazioni molto astratta, che non ha certo procurato nuovi contratti alla Fincantieri, ma ha portato contributi assai più duraturi — per la scienza e per la fama di De Giorgi — alla teoria delle così dette misure k–dimensionali. Alla fine del seminario di Caccioppoli, chiese la parola il giovanissimo Ennio De Giorgi, che interloquì con il suo eloquio abituale, le frasi ripetute più volte, i suoi tic. Caccioppoli poteva e sapeva essere molto tagliente, in modo che, talora, sembrava addirittura sfuggire al suo controllo. Ciò non accadde quella volta. Prima di toccare l' aspetto matematico dell' osservazione di De Giorgi, Caccioppoli citò una frase di André Gide:

> *non c' è nulla di più barbaro di uno spirito puro*.

Poi, rivolto ad Ennio, aggiunse:

> *mi sembra che lei sia un'eccezione*.

Le ricerche di cui Ennio parlò quel giorno, ed altri risultati ancora più importanti lo portarono rapidamente alla cattedra. Nominato professore straordinario a Messina nell' anno accademico 1958/59, nel novembre 1959 venne a Pisa, chiamato dalla Scuola Normale Superiore, per iniziativa di Sandro Faedo e di Ettore Remotti. Ho detto "venne" perché pochi mesi prima ero stato anch' io nominato professore a Pisa, nell' Istituto matematico dell' Università. Si formò così — con Ennio qui alla Scuola Normale, e Aldo Andreotti, Guido Stampacchia, Iacopo Barsotti all' Università — un gruppo di giovani che ha lasciato un' impronta nella storia della matematica: un gruppo vivace, attraversato talora da forti tensioni, come accade in tutti gli ambienti intellettualmente vitali.

Furono, quelli, anni che contarono nelle nostre esistenze. Per quanto mi riguarda, non so se abbia neppure senso sapere se sono stati o no gli anni più belli della mia vita. Certo, sono contento di averli vissuti, insieme a quelli che seguirono, quando Gilberto Bernardini divenne direttore della Scuola Normale, nel 1964. Iniziò allora una lenta osmosi, al termine della quale alcuni di noi si ritrovarono qui alla Scuola, colleghi di Ennio, a lavorare per la realizzazione di quella Normale che Bernardini voleva, sognava e ci faceva sognare. Del resto, l' immagine della Scuola di quegli anni ha, oggi, dei contorni mitici, per la presenza, nello stesso luogo ed allo stesso tempo di alcuni dei protagonisti della vita intellettuale del nostro Paese: non solo di matematici, come De Giorgi, Stampacchia, Andreotti, Bombieri, o di fisici, quali Bernardini, Luigi Radicati, Bruno Coppi, ma di letterati, come Mario Fubini, Arnaldo Momigliano, Eugenio Garin, Gianfranco Contini, Giovanni Pugliese Carratelli, Giovanni Nencioni. In questa atmosfera, la Scuola diretta da Bernardini richiamava — e non poteva non richiamare — numeri significativi di studenti dotati ed ambiziosi.

Uno dei maggiori poli di attrazione era rappresentato da De Giorgi, che raccoglieva intorno a sé, in un cenacolo aperto alla discussione e ad un confronto continuo, giovani matematici, affascinati da quella mescolanza inseparabile fra didattica e ricerca che era il modo che Ennio aveva di fare matematica.

La matematica di De Giorgi.

Guido Stampacchia diceva, a proposito del nostro gruppo:

> *Noi siamo matematici per volontà ... della nazione; Ennio è un matematico per grazia di Dio*.

Grazia di Dio che gli faceva inventare nuove teorie e nuovi problemi, produrre nuove idee senza sforzo apparente, mentre a tutti gli altri lavorare costava fatica. Secondo Jean Dieudonné non esiste nessun vero matematico che non abbia trascorso, suo malgrado, notti insonni soffrendo e rivoltandosi fra le lenzuola, cercando di dipanare la matassa intricata di qualche dimostrazione. Io credo che anche in questo — parafrasando Caccioppoli — Ennio facesse eccezione. Non so immaginarlo insonne, sopra tutto in quegli anni.

I risultati matematici sembravano sgorgare dalla sua mente in modo spontaneo, come folate di genialità. Teoremi, esempi e controesempi si componevano in un sistema che, non solo era coerente, ma assumeva talora un carattere di necessità e di ineluttabilità.

Di fatto, questo quadro di coerenze matematiche era — per Ennio — soltanto una piccola porzione di un mosaico assai più ampio di certezze, che abbracciava tutti gli aspetti della vita dell' uomo, dominato dalla fiducia incrollabile nella ragione umana e dalla convinzione che la buona fede e — appunto — la ragione avrebbero avuto la meglio, se l' opera di convinzione fosse stata portata avanti con umiltà, con pazienza e, sopra tutto, con tenacia. E con tenacia ed impegno personale egli ha condotto la battaglia per i diritti umani e per la libertà di intellettuali come Massera e Plyush, ovunque gli fosse possibile, da Amnesty International all' Accademia dei Lincei.

Queste certezze si componevano e trovavano la loro giustificazione, ad un livello più alto, nella fede cattolica, che Ennio sentiva profondamente e praticava senza esibizionismi, senza infingimenti o atteggiamenti da crociato, ma dando talora l' impressione di ricercare e ritrovare il candore e l' ingenuità con cui alla religione si era avvicinato da fanciullo, e che gli facevano scrivere, non molto tempo prima di morire:

> *non ho il genio di Dante o del Beato Angelico ma posso dire che la mia vita perderebbe gran parte del suo significato se rinunciassi alla speranza di ritrovare in qualche modo le persone che mi sono state più care, se non credessi alle parole del Credo "Expecto resurrectionem mortuorum et vitam venturi saeculi".*

Io non sono credente, ed invece delle certezze che hanno guidato Ennio ho dubbi ed angosce. Vivo con esse, ma auguro a Ennio di avere trovato quello che ha cercato, con tenacia e coerenza, per tutta la vita.

N.d.R.
È intervenuto anche con un saluto G. Salvini (Acc. dei Lincei) e alla fine ha ringraziato tutti i partecipanti Rosa De Giorgi Fiocco.

CAPITOLO 2

COMMEMORAZIONI DI ACCADEMIE E ISTITUZIONI

2.1 UNIONE MATEMATICA ITALIANA

L. Ambrosio, G. Dal Maso, M. Forti, M. Miranda, S. Spagnolo
ENNIO DE GIORGI
Bollettino della Unione Matematica Italiana (8), 2–B (1999), 1–31.

2.1.1 Note biografiche

Ennio De Giorgi nacque a Lecce l' 8 febbraio 1928. La madre, Stefania Scopinich, proveniva da una famiglia di navigatori di Lussino, mentre il padre, Nicola, era insegnante di Lettere alle Magistrali di Lecce, oltre che un apprezzato cultore di Lingua Araba, Storia e Geografia. Il padre venne a mancare prematuramente nel 1930; la madre, a cui Ennio era particolarmente legato, visse fino al 1988.

Nel 1946, dopo la Maturità Classica a Lecce, Ennio si iscrisse alla Facoltà di Ingegneria di Roma, ma l'anno successivo passò a Matematica, laureandosi nel 1950 con Mauro Picone. Subito dopo divenne borsista presso l'IAC, e, nel 1951, assistente di Picone all'Istituto Castelnuovo di Roma.

Nel 1958 vinse la Cattedra di Analisi Matematica bandita dall'Università di Messina, dove prese servizio in dicembre. Nell'autunno del 1959, su proposta di Alessandro Faedo, venne chiamato alla Scuola Normale di Pisa, dove ricoprì per quasi quarant' anni la Cattedra di Analisi Matematica, Algebrica e Infinitesimale.

Nel settembre del 1996 fu ricoverato all' ospedale di Pisa. Dopo aver subito vari interventi chirurgici, si spense il 25 ottobre dello stesso anno.

Premi e riconoscimenti accademici

Nel 1960 l' UMI gli assegnò il Premio Caccioppoli, appena istituito. Nel 1973 l'Accademia dei Lincei gli conferì il Premio Presidente della Repubblica. Nel 1990 ricevette a Tel Aviv il prestigioso Premio Wolf.

Nel 1983, nel corso di una solenne cerimonia alla Sorbona, fu insignito della Laurea *ad honorem* in Matematica dell' Università di Parigi. Nel 1992 l' Università di Lecce gli conferì la Laurea in Filosofia, di cui andava particolarmente fiero.

Fu socio delle più importanti istituzioni scientifiche, in particolare dell' Accademia dei Lincei e dell' Accademia Pontificia dove svolse fino all'ultimo un ruolo attivo. Nel 1995 venne chiamato a far parte della Académie des Sciences di Parigi e della National Academy of Sciences degli Stati Uniti.

L' insegnamento e l' impegno accademico

In tutte le attività a cui si dedicava, De Giorgi mostrava un impegno ed una disponibilità che andavano ben oltre i semplici doveri accademici. Un solo limite poneva alla sua collaborazione, il fermo rifiuto ad assumere cariche amministrative o burocratiche di qualunque tipo.

Sul finire degli anni '50, insieme ad Enrico Magenes, Giovanni Prodi, Carlo Pucci ed altri, diede vita ad un'associazione di giovani ricercatori, il CONARM, che gettò le basi dei Gruppi Nazionali per la Matematica. Quasi ogni anno, fra il 1960 e il 1980, fu membro della commissione per l'ammissione alla Scuola Normale, e molti dei problemi più originali assegnati quel periodo recano la sua impronta. In quegli stessi anni fu anche membro di numerose commissioni di Concorso a Cattedra. Verso la fine degli anni '60 svolse un intenso lavoro nel Comitato Tecnico della Facoltà di Scienze di Lecce; una decina di anni più tardi fece parte del Comitato Ordinatore della SISSA di Trieste. Nel 1964 entrò nella Commissione Scientifica dell' UMI e, in seguito, nel Direttivo dell' Alta Matematica. A partire dal 1979 offrì la sua collaborazione al CIMPA di Nizza, un Centro internazionale che promuove la didattica e la ricerca matematica nei Paesi in via di sviluppo.

A Pisa, De Giorgi teneva ogni anno due corsi, solitamente il martedì e il mercoledì dalle 11 alle 13. Il tono di queste lezioni era molto rilassato, con frequenti interventi da parte degli ascoltatori. A volte la lezione si interrompeva a metà per una ventina di minuti, e l' intera classe si trasferiva in un vicino caffè. Anche se poco curate nei dettagli, le sue lezioni riuscivano affascinanti; quelle sulla Teoria della Misura degli anni '60 sono diventate un classico. Di alcuni dei suoi corsi restano delle note redatte dagli allievi e da lui accuratamente riviste.

A partire dalla metà degli anni ’70, De Giorgi riservò il corso del mercoledì ai Fondamenti della Matematica, continuando a dedicare l’altro corso al Calcolo delle Variazioni o alla Teoria Geometrica della Misura.

Nel 1967-68 volle sperimentare l’ insegnamento di un corso “di servizio”, le Istituzioni per i Chimici. Le note di questo corso, redatte da Mario Miranda, sono un modello di essenzialità e chiarezza; insieme al “Ghizzetti - De Giorgi” di Analisi Superiore (incompiuto), è questo uno dei pochissimi libri di Ennio.

Le attività fuori sede

Sul finire degli anni ’50, De Giorgi ricevette pressanti inviti da parte di varie Università americane; in particolare nel 1960 Robert Oppenheimer lo invitò ripetutamente a visitare l’Institute for Advanced Study di Princeton. Ma, forse a causa della sua scarsa dimestichezza con la lingua inglese, egli finì col recarsi negli Stati Uniti soltanto nel 1964, quando, su invito di Wendell Fleming, passò quattro mesi fra la Brown e la Stanford University. Fu quello il suo unico viaggio in America.

Assai frequenti furono invece le sue visite a Parigi, dove a partire dagli anni ’60 si recava quasi ogni anno per 3-4 settimane, invitato da Jean Leray o Jacques-Louis Lions. A Parigi Ennio si sentiva di casa. Dai soggiorni francesi nacque la sua predilezione per “Le Monde”, che era solito leggere quasi ogni giorno anche in Italia.

Nel 1966 il Congresso Internazionale dei Matematici si svolgeva a Mosca, e Petrowski invitò De Giorgi a tenere una delle conferenze plenarie; ma, quando già aveva preparato il testo della sua conferenza, Ennio rinunciò ad andare. Quel testo fu letto al Congresso da Edoardo Vesentini, e rappresenta un compendio dei più recenti risultati sulla teoria delle superficie minime pluridimensionali.

Molti anni più tardi, nel 1983, De Giorgi accettò di tenere una conferenza plenaria all’ICM di Varsavia. Erano gli anni di Solidarnosc e di Jaruzelski, e il Congresso, già rinviato di un anno, si svolgeva in un clima molto pesante. Ennio iniziò la sua conferenza sulla Γ-convergenza manifestando grande ammirazione per la Polonia. In quella stessa occasione espresse pubblicamente una delle sue convinzioni più profonde, dichiarando che la sete di conoscenza dell’ uomo era a suo avviso il

> *segno di un desiderio segreto di vedere qualche raggio della gloria di Dio.*

Forse anche per tradizioni familiari, De Giorgi era molto interessato a tutto quel che riguardava i Paesi più lontani, come il Brasile e il Giappone (dove però non ebbe mai modo di recarsi). Nel 1966 accettò con entusiasmo la proposta di Giovanni Prodi di prestare il suo servizio di insegnante presso una piccola Università dell’Asmara gestita da suore italiane. Così, fino al 1973, cioè fintantoché lo consentì la situazione politica in Eritrea, egli trascorreva ogni anno un mese all'Asmara. Al suo ritorno a Pisa, parlava a lungo delle sue *imprese africane*.

In Italia, Ennio contava amici ed allievi un po' dappertutto. Frequenti erano le sue trasferte per seminari o convegni, specie a Pavia, Perugia, Napoli, Trento, oltre che ovviamente a Roma e a Lecce. Fu un assiduo partecipante dei Convegni di Calcolo delle Variazioni dell' Isola d'Elba e di Villa Madruzzo, a Trento, dove si sentiva particolarmente a suo agio. In queste occasioni appariva instancabile, promuovendo interminabili discussioni scientifiche e lanciando sempre nuove idee o congetture.

A partire dal 1988, quando cominciarono a manifestarsi i primi problemi di salute, Ennio prese a trascorrere, specie durante l'estate, lunghi periodi a Lecce in compagnia della sorella Rosa, del fratello Mario, e dei loro figli e nipoti. Fu questa l' occasione, per lui che a Pisa viveva solo, alloggiato in una stanza del Collegio Timpano, di sperimentare la vita di famiglia. Ma questi soggiorni erano anche fonte di frequenti incontri di lavoro con i suoi allievi leccesi, sia sulle spiagge adriatiche e joniche del Salento, che nel Dipartimento che ora porta il suo nome.

L' impegno civile, politico, religioso

Sin dall' esordio del periodo pisano, De Giorgi volle impegnarsi in varie attività di volontariato. Per moltissimi anni prese a cuore alcune famiglie indigenti della città, che andava spesso a visitare in compagnia di suoi giovani allievi. Era molto generoso; la sua generosità era resa più accettabile dal rispetto che egli mostrava istintivamente verso tutte le persone, quale che fosse la loro estrazione sociale o culturale.

Nel 1969 si cimentò in un una scuola serale per adulti che si preparavano alla Licenza Media. Come ausilio didattico si serviva a volte della Settimana Enigmistica. Gli allievi apprezzavano il suo insegnamento, anche se lo trovavano un po' astratto.

Fra gli impegni sociali di Ennio De Giorgi, il più sentito fu indubbiamente quello per la difesa dei diritti umani. Questo impegno, che si protrasse fino agli ultimissimi giorni della sua vita, iniziò verso il 1973 con la campagna in difesa del dissidente ucraino Leonid Plioutsch, rinchiuso in un manicomio di stato a Dniepropetrovsk. Grazie agli sforzi di molti scienziati di tutto il mondo, come Lipman Bers, Laurent Schwartz e lo stesso De Giorgi, Plioutsch divenne un simbolo della lotta per la libertà di opinione, e infine, nel 1976, venne liberato. In Italia, Ennio riuscì a coinvolgere in questa battaglia centinaia di persone di idee politiche diverse. In seguito continuò la sua opera in difesa di moltissimi perseguitati politici o religiosi, divenendo membro attivo di Amnesty International, e fondatore del Gruppo pisano, cogliendo ogni occasione per illustrare e diffondere la Dichiarazione Universale dei Diritti dell' Uomo.

Pur senza impegnarsi direttamente nella politica nazionale, che vedeva troppo estranea ai grandi problemi universali, De Giorgi mostrò sempre un vivo interesse verso i principali temi che animavano la vita italiana. In particolare egli fece sentire più volte la sua voce sulla questione dell'aborto, sulla libertà di insegnamento, sui rapporti fra la scienza e la fede.

Era una persona profondamente religiosa. Ne è una dimostrazione la serenità che seppe trasmettere a chi gli fu vicino nelle dure prove degli ultimi giorni. Non teneva nascoste le sue convinzioni religiose, ma il suo atteggiamento di continua ricerca, la sua naturale curiosità, la sua apertura verso tutte le idee, anche le più lontane dalle sue, rendevano facile e costruttivo il suo dialogo con gli altri anche su questi temi.

Accanto all'Apocalisse di San Giovanni e al Libro dei Proverbi, uno dei libri che più amava erano i Pensieri di Pascal.

2.1.2 L' opera scientifica di Ennio De Giorgi

Dagli esercizi del corso di Analisi Funzionale alla falsificazione del Teorema di Bernstein, attraverso la risoluzione del Problema di Plateau e del XIX Problema di Hilbert

I primi lavori

Le prime pubblicazioni su riviste scientifiche di Ennio De Giorgi ([1]–[5] e [8]), apparvero negli anni 1950-53. Ciascuna di esse è frutto dello stretto rapporto allievo-maestro con Mauro Picone, relatore della sua tesi di laurea e direttore dell' Istituto Nazionale per le Applicazioni del Calcolo, presso il quale De Giorgi ebbe il suo primo impiego.

Gli articoli [1] e [2] possono essere considerati come il risultato della attiva frequentazione di un corso universitario, tenuto da Picone nell'anno accademico 1949-50. In entrambi si legge una nota del seguente tenore "seguo la nomenclatura adottata dal professor Picone nel suo corso di Analisi Funzionale". Per quanto attiene ai contenuti, nel primo "Si mostra come ogni successione di chiusi di uno spazio compatto di Hausdorff, abbia punti limite". Questa frase è tutto quanto scrisse il recensore R. Arens per il Mathematical Review. Nel secondo si considera lo spazio delle successioni di numeri reali. Si indicano tre proprietà elementari per le metriche su tale spazio, grazie alle quali può darsi una elementare caratterizzazione della compattezza in esso. La recensione firmata da V. L. Klee, Jr. per il Mathematical Review, come tutte quelle alle quali faremo in seguito riferimento, è molto dettagliata e contiene alcuni suggerimenti semplificativi del lavoro originale.

La nota [5] è uno studio molto diligente del problema di minimo per un funzionale quadratico unidimensionale. Trattasi di un problema presentato da Picone nel "Corso di Analisi Superiore - Calcolo delle Variazioni", pubblicato dal Circolo Matematico di Catania nel 1922. La recensione, molto sbrigativa, di J. M. Danskin sembra voler dire che la nota contiene la risoluzione, non breve, di un esercizio non difficile.

Nella nota [3] si considera un problema, verosimilmente indicato da Picone nel corso “Introduzione al Calcolo delle Variazioni”, tenuto a Roma nell’anno accademico 1950-51. Trattasi del minimo di un funzionale quadratico per funzioni vettoriali reali di una variabile reale. Nel recensire il lavoro L. M. Graves non si mostra impressionato dai risultati, limitandosi a scrivere “Questo articolo contiene alcune osservazioni su problemi variazionali quadratici”.

La nota [4] presenta una condizione necessaria e sufficiente per l’ integrabilità di una funzione quasi continua, rispetto ad una massa elementare. Per l’ inquadramento del problema l’ autore rinvia alla monografia di M. Picone e T. Viola “Lezioni sulla teoria moderna dell’integrazione”, Ediz. Scient. Einaudi, 1952. La recensione della nota apparve di seguito a quella della monografia, ed entrambe furono firmate da T. H. Hildebrandt.

Nella nota [8] si prova l’ olomorfia della somma di una serie di polinomi omogenei, uniformemente convergente in un intorno reale dell’ origine, sotto opportune condizioni di limitatezza degli stessi nel campo complesso. L’ origine del lavoro è spiegata dallo stesso autore, che scrive “dimostro un teorema che, costituendo da gran tempo una congettura del professor Mauro Picone, spesso comunicata a noi suoi discepoli, non mi consta abbia avuto finora la semplice dimostrazione che qui espongo”. La recensione è di J. Favard.

Lo sviluppo della teoria dei perimetri

Nella seconda serie di articoli ([6], [7], [10], [14] e [19]) si manifestano le eccezionali capacità e la grande sicurezza di sé del giovane De Giorgi. Doti che furono riconosciute da Renato Caccioppoli, nello storico incontro di cui diremo più avanti.

La nota [6] è il testo di una comunicazione al Congresso della Società Matematica Austriaca, tenutosi a Salisburgo dal 9 al 15 settembre 1952. In essa viene presentato un teorema alla Weierstrass, di esistenza del massimo e del minimo valore di una funzione reale definita sulla famiglia dei sottoinsiemi misurabili di un fissato insieme limitato dello spazio euclideo n-dimensionale, ed aventi perimetro equilimitato. L’ autore avverte che la nozione di perimetro è equivalente alla misura $(n-1)$-dimensionale della frontiera orientata, introdotta da Caccioppoli in due note lincee contenute nei fascicoli 1 e 2 del Vol. XII (1952). Il perimetro viene calcolato analiticamente, in modo originale ed estremamente efficace, mediante il prodotto di convoluzione della funzione caratteristica dell’insieme per la funzione gaussiana. Nella stessa nota l’ autore annuncia la validità della diseguaglianza isoperimetrica per ogni insieme misurabile secondo Lebesgue. La nota fu recensita da L. M. Graves, che non vi colse le novità interessanti il Calcolo delle variazioni.

Queste novità furono sottolineate dallo stesso De Giorgi nella nota [7], presentata ai Lincei il 14 marzo 1953. In essa l’ autore richiama l’ attenzione sulla stretta connessione fra i suoi risultati e i risultati annunciati come validi o presunti tali da Caccioppoli. La nota fu recensita da L. C. Young, il quale non vide tale connessione, nonostante che egli avesse espresso un parere molto negativo sulle note di Caccioppoli, da lui stesso recensite prima della nota di De Giorgi.

Non è questa l' unica stranezza attorno al parallelismo Caccioppoli - De Giorgi, un maestro riconosciuto e un giovane ai primi cimenti impegnativi. De Giorgi lavorò alla sua teoria dei perimetri, percorrendo con sicurezza il cammino intravisto da Caccioppoli, senza aver mai parlato con lui. Si avvaleva delle note lincee di Caccioppoli, che, molto probabilmente, Picone aveva portate alla sua attenzione. Nell' anno accademico 1953-54, in occasione di una conferenza che Caccioppoli tenne a Roma, questi incontrò De Giorgi, che lo mise a conoscenza del proprio lavoro sulle frontiere orientate. Questo incontro è stato ricordato da Edoardo Vesentini durante la cerimonia funebre per De Giorgi, il 27 ottobre 1996 a Pisa:

> *Prima di toccare l'aspetto matematico dell'osservazione di De Giorgi, Caccioppoli citò una frase di André Gide: non c'è nulla di più barbaro di uno spirito puro; poi, rivolto ad Ennio, aggiunse: mi sembra che lei sia un' eccezione.*

La conferma del riconoscimento del valore di De Giorgi venne con la recensione di L. C. Young della nota [10], nella quale si dimostrava in tutti i dettagli quanto annunciato in precedenza. La recensione di Young non è soltanto positiva, ma addirittura autocritica della precedente stroncatura del lavoro di Caccioppoli: "Benché le definizioni e i teoremi dell'autore siano dati in termini precisi, egli arriva a dimostrare che la sua definizione di perimetro coincide con quella proposta da Caccioppoli di misura $(n-1)$-dimensionale della frontiera. Ciò rende possibile un miglior giudizio sugli scopi delle definizioni di Caccioppoli".

Ennio considerava questa come la miglior recensione pubblicata dal MR a suo riguardo.

Nella nota [14] De Giorgi analizza le proprietà geometriche delle frontiere degli insiemi di perimetro finito. In esse individua una parte, che chiama frontiera ridotta, supporto della misura gradiente della funzione caratteristica dell' insieme e sulla quale la variazione totale di questa misura coincide con la misura di Hausdorff $(n-1)$-dimensionale. De Giorgi prova altresì l'esistenza di un iperpiano tangente alla frontiera dell' insieme, in ogni punto della frontiera ridotta.

Questi risultati, assolutamente non banali e che costituiranno il punto di partenza per lo studio della regolarità delle frontiere, quando queste saranno soluzioni di opportuni problemi variazionali, non trovarono il dovuto riconoscimento nella recensione di L. C. Young.

Young sottolineò invece il valore della proprietà isoperimetrica della ipersfera, che è provata nella nota [19]. Con questa si chiuse, nel 1958, il ciclo dedicato alla teoria degli insiemi di perimetro finito, aperto al Congresso di Salisburgo nel settembre 1952.

La risoluzione del XIX Problema di Hilbert

Le quattro note [15], [16], [17] e [28] sono dedicate alla risoluzione del XIX Problema di Hilbert. La prima è il testo di una comunicazione al V congresso dell' Unione Matematica Italiana, tenutosi dal 6 al 9 ottobre 1955 a Pavia e Torino. Questo testo è storicamente molto significativo. Il titolo mostra come l' intervento al Congresso fosse stato deciso da De Giorgi con l' intenzione di esporvi il lavoro sui perimetri degli insiemi, la diseguaglianza isoperimetrica e le applicazioni al Calcolo delle variazioni. A questi argomenti è dedicato infatti il primo paragrafo della nota. Nel secondo paragrafo è presentato il risultato di regolarità per i minimi dei funzionali regolari del Calcolo delle Variazioni. C'è sicuramente un legame fra i due paragrafi, dal momento che nella dimostrazione della regolarità si fa uso della proprietà isoperimetrica della ipersfera. Ma il fatto che la risoluzione del XIX Problema di Hilbert non si fosse meritato il titolo della comunicazione, conferma che De Giorgi non aveva ottenuto ancora tale risultato quando si iscrisse al Congresso. La vicenda del teorema di regolarità, raccontata da Enrico Magenes durante la Commemorazione di Ennio all'Accademia dei Lincei, ebbe infatti uno svolgimento folgorante. Nell'agosto 1955, durante una camminata nei pressi del Passo Pordoi, De Giorgi apprese da Guido Stampacchia dell'esistenza del XIX Problema. Egli dovette subito vedere la possibilità di applicare alla risoluzione del problema i risultati delle sue ricerche sulla geometria dei sottoinsiemi degli spazi euclidei pluridimensionali, dal momento che in meno di due mesi fu in grado di presentare al Congresso dell' UMI la sua risoluzione del Problema di Hilbert. Questa storia mette in luce uno degli aspetti della personalità scientifica di De Giorgi: una intuizione fulminea unita ad una capacità eccezionale di far seguire ad essa una dimostrazione curata nei minimi dettagli. L' altro aspetto della personalità di Ennio è quello che abbiamo cercato di mettere in risalto parlando delle sue ricerche sui perimetri, un lavoro di lunga lena condotto in un pressoché totale isolamento.

Il contenuto della nota [15] è stato meglio precisato nella nota lincea [16]. Questa fu recensita da L. M. Graves che non diede a vedere di essersi reso conto del valore eccezionale del risultato.

C. B. Morrey, Jr. recensì la nota [17], contenente tutti i dettagli della dimostrazione del teorema di regolarità. Scrivendo “l' autore dimostra il seguente importante e fondamentale risultato” Morrey accompagnò l'ingresso di De Giorgi nella stretta cerchia dei grandi matematici di tutti i tempi.

La nota [28] che seguì la precedente dopo oltre un decennio, contiene l' indicazione di una soluzione debole e discontinua di un sistema uniformemente ellittico. Quindi la questione sollevata da Hilbert nel XIX problema ha una risposta negativa, se viene estesa alle funzioni vettoriali. Ciò fu giustamente sottolineato nella recensione di G. M. Ewing.

Il problema di Plateau

Le note [21], [22], [23], [26] e [30] riguardano il Problema di Plateau.
La nota [21] è una raccolta di risultati della teoria dei perimetri, che verranno utilizzati nella nota [22] per dimostrare l' analiticità quasi ovunque delle frontiere minime. Questo successo è l' esempio eclatante di quella che De Giorgi aveva indicato come l' opportunità dell' uso della teoria dei perimetri nel Calcolo delle Variazioni. Il risultato di regolarità delle frontiere minime era considerato da lui la vittoria ottenuta sulla più audace delle sue sfide scientifiche. Le note [21] e [22] furono recensite da Wendell H. Fleming, il quale a proposito della seconda scrisse "È dimostrato un profondo teorema sulla regolarità delle soluzioni del problema di minimo per l'area $(n-1)$-dimensionale nello spazio euclideo a n dimensioni".
Nella nota [23] è dimostrata la tesi del Teorema di Bernstein per le soluzioni dell' equazione delle superficie minime in tutto lo spazio euclideo a tre dimensioni. Il classico Teorema di Bernstein era noto nel caso bidimensionale, ed aveva avute molte dimostrazioni, la più semplice delle quali lo derivava dal Teorema di Liouville per le funzioni olomorfe di una variabile complessa. L' estensione di De Giorgi si avvale di una osservazione di Fleming sulla validità del Teorema di Bernstein n-dimensionale come conseguenza della non esistenza di frontiere minime singolari n-dimensionali. La nota fu recensita da R. Osserman, che sottolineò il valore della estensione al caso tridimensionale, per il quale nessuno dei classici metodi bidimensionali era utilizzabile.
La nota [26] è il testo di un intervento che De Giorgi aveva preparato per il Congresso Internazionale dei Matematici di Mosca del 1966. In esso sono esposti i risultati riguardanti le ipersuperficie minime pluridimensionali. L' intervento fu letto al Congresso da Vesentini, per l' impossibilità di Ennio di recarsi in Unione Sovietica. La nota fu recensita da F. J. Almgren, Jr. che sottolineò come la gran parte dei risultati esposti fosse opera di De Giorgi stesso. La nota [30], della quale sono coautori Enrico Bombieri ed Enrico Giusti, perfezionò le conoscenze sulle frontiere minime pluridimensionali, con la dimostrazione della esistenza di frontiere minime singolari 7-dimensionali, e di soluzioni intere non banali per l'equazione delle superficie minime in 8 variabili.
Nella nota [24], scritta in collaborazione con Guido Stampacchia, si prova che ogni soluzione dell'equazione delle superficie minime, definita in $A \setminus K$, dove A è un aperto n-dimensionale e K un sottoinsieme compatto di A di misura $(n-1)$-dimensionale nulla, è analiticamente prolungabile su tutto A. Il risultato è conseguenza di un raffinamento del principio del massimo per le soluzioni dell' equazione delle superficie minime. Risultati più deboli erano stati ottenuti con metodi analoghi o del tutto diversi

da L. Bers, R. Finn, J.C.C. Nitsche e R. Osserman, come fu osservato da Lamberto Cesari nella sua recensione.

Successivamente, nel volume degli Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, dedicato nel 1977 ad Hans Lewy, è stato pubblicato un perfezionamento del risultato di De Giorgi e Stampacchia ad opera di Mario Miranda: è sufficiente supporre che K sia chiuso in A, invece che compatto in A. Questo perfezionamento non è banale, per ottenerlo si utilizza la diseguaglianza di Harnack sulle frontiere minime, dimostrata nel 1973 da Bombieri e Giusti, i quali utilizzarono tutto quanto era stato dimostrato da De Giorgi e dagli allievi di lui a proposito delle frontiere minime.

Nella breve nota [27], non recensita, De Giorgi congettura la validità della stima locale del gradiente delle soluzioni della equazione delle superficie minime n-dimensionali. Questa diseguaglianza verrà subito dopo dimostrata da lui stesso nella nota [31], di cui sono coautori Bombieri e Miranda. La suddetta stima permise la dimostrazione della analiticità delle soluzioni deboli n-dimensionali della equazione delle superficie minime, quindi l' estensione del teorema di regolarità di De Giorgi al caso di un funzionale non regolare in senso stretto.

Le equazioni alle derivate parziali e i fondamenti della Γ-convergenza

Gli esempi di non unicità

Quello del 1953 sulla non-unicità per l'equazione di Laplace ([9]) può essere considerato il primo lavoro non giovanile di De Giorgi. Prendendo lo spunto da un teorema del 1947 di Gaetano Fichera, De Giorgi costruisce una funzione, non identicamente nulla, armonica in un semicerchio D del piano reale, nulla sul tratto curvilineo della frontiera di D e con derivata normale quasi ovunque nulla sul tratto rettilineo. Anche se non ha avuto la stessa risonanza dei successivi, questo lavoro contiene già alcuni dei tratti distintivi e dei temi ricorrenti della matematica di De Giorgi. Si coglie ad esempio una straordinaria abilità nel costruire sofisticate funzioni con l'aiuto di strumenti elementari, come gli integrali, le serie, i fattoriali, le convoluzioni. Fanno la prima comparsa le famose *greche* (cioè le funzioni periodiche a due valori) e le tracce delle funzioni armoniche, che più tardi diventeranno funzionali analitici. De Giorgi non nascondeva la sua simpatia per i contro-esempi, di cui apprezzava in particolare il poterli esporre in poche pagine. Ripeteva spesso che, nel cercare di dimostrare un qualche risultato, era sempre opportuno riservare una parte dei propri sforzi alla ricerca del risultato opposto, cioè un eventuale contro-esempio.

Nel 1955 ([13]) De Giorgi pubblica un altro esempio di *soluzione nulla* di un' equazione alle derivate parziali, ma il contesto è ora quello dei problemi di Cauchy. Viene costruita un' equazione del tipo

$$\partial_t^8 u \ + \ a_1(x,t)\partial_x^4 u \ + \ a_2(x,t)\partial_x^2 u \ + \ a_3(x,t)u = 0$$

con coefficienti regolari, che ammette una soluzione regolare, non banale, identicamente nulla nel semipiano $\{t \leq 0\}$.

Questo lavoro di poche pagine, privo di ogni riferimento bibliografico, ha avuto una notevole eco nel mondo matematico, suscitando in particolare l' interesse di Carleman e l' ammirazione di Leray. Quest' ultimo nel 1966 costruirà alcuni altri *contre-examples du type De Giorgi*. Per una di quelle coincidenze non infrequenti nella storia della matematica, pochi mesi prima di De Giorgi, a Cracovia, Andrzej Plis aveva costruito il primo esempio di non unicità per un *sistema kovalewskiano* a coefficienti regolari. A differenza di Plis, De Giorgi non tornerà più su questa problematica.

Curiosamente, fra i vari lavori di non-unicità che riprendono le tecniche di De Giorgi, ve n' è uno, del 1960, di un giovane matematico americano, Paul J. Cohen. Questi poco dopo sposterà i suoi interessi verso la Logica, ottenendo fondamentali risultati sull' Ipotesi del Continuo che gli varranno la medaglia Fields. De Giorgi era un grande estimatore dell'opera logica di Cohen.

Classi di Gevrey ed equazioni iperboliche

De Giorgi chiama *parabolica* l' equazione dell' ottavo ordine del suo esempio di non unicità, ma, in riferimento alla variabile di evoluzione, questa dovrebbe dirsi *iperbolica* (in senso debole). I coefficienti di tale equazione appartengono alla classe delle funzioni $\mathcal{C}^\infty$, ma non alla classe delle funzioni analitiche, altrimenti sarebbe violato il teorema di unicità di Holmgren. In un altro lavoro del 1955 ([12]), De Giorgi considera equazioni di evoluzione di tipo più generale e, facendo riferimento ad una famiglia di spazi funzionali intermedi fra le due classi sopra ricordate, individua la regolarità minima dei coefficienti che assicuri l' unicità al problema di Cauchy. Questi spazi intermedi, oggi detti *classi di Gevrey*, sono gli spazi G^s dalle funzioni le cui derivate $j-$me, al crescere di j, hanno ordine di crescita non superiore a $j!^s$ $(s > 1)$. Ciò che De Giorgi prova è l' unicità per ogni equazione del tipo

$$\partial_t^m u \ + \sum_{h,k} a_{hk}(t,x)\partial_t^k \partial_x^h u \ = \ 0,$$

a coefficienti in G^s, sotto la condizione che in essa siano presenti solo termini con $sk + h \leq m$.

Vari anni più tardi, nel 1978, De Giorgi tornerà ad interessarsi a questi temi, scrivendo, insieme a Ferruccio Colombini e Sergio Spagnolo, un lavoro sulle equazioni iperboliche del secondo ordine a coefficienti non lipschitziani nella variabile temporale ([50]). Viene messo in luce un fenomeno nuovo: ai fini della risolubilità del problema di Cauchy, la scarsa regolarità in t dei coefficienti può essere compensata da una maggiore regolarità in x dei dati iniziali. In particolare, se i coefficienti dell' equazione sono hölderiani, per avere l' esistenza di soluzioni basterà scegliere i dati iniziali in (opportune) classi di Gevrey, mentre nel caso di coefficienti discontinui occorre prendere i dati nella classe delle funzioni analitiche.

Insieme ad alcune congetture ([83] e [142]) che meriterebbero di essere approfondite, questi sono i soli lavori che De Giorgi ha dedicato alle equazioni iperboliche. Peraltro egli ha continuato a mostrare un interesse particolare verso questa teoria, specialmente su un possibile "approccio variazionale" al problema dell'esistenza globale per l' equazione delle onde non lineari.

Soluzioni analitiche di equazioni a coefficienti costanti

Nella seconda metà degli anni '60, fra i cultori della teoria generale delle Equazioni alle Derivate Parziali circolava un problema apparentemente innocuo, ma di fronte al quale gli strumenti dell' Analisi Funzionale apparivano inadeguati: data un'equazione a coefficienti costanti,

$$P(D)u = f(x),$$

con $f(x)$ *analitica* nello spazio euclideo n-dimensionale, dire se esiste una qualche soluzione $u(x)$ *analitica* su tutto $\mathbf{R}^n$. L' esistenza di una qualche soluzione $\mathcal{C}^\infty$ era assicurata dal teorema di Malgrange - Ehrenpreis, ma la natura generale dell'operatore non permetteva di asserire che tale soluzione fosse anche analitica.

De Giorgi aveva una particolare sensibilità per le funzioni analitiche reali, mentre aveva poca familiarità con quelle olomorfe. A queste ultime egli preferiva, per la loro maggiore duttilità, il loro contr'altare reale, cioè le funzioni armoniche. Nel 1963, memore delle belle lezioni romane di Fantappié, aveva assegnato una tesi di laurea sui funzionali analitici reali a un brillante studente della Normale, Francesco Mantovani, il quale (prima di abbandonare una sicura carriera universitaria per entrare in un convento di Cappuccini e infine partire missionario per le isole di Capo Verde) aveva scritto un lavoro sull'argomento insieme a Sergio Spagnolo. Non sorprende dunque che, venuto a conoscenza del problema della surgettività analitica, De Giorgi cominciasse a pensarvi, sia pure in modo saltuario. Una delle sue "teorie" era che non si deve mai abbandonare completamente un problema difficile, ma conviene tenerselo come "problema guida" sul quale ritornare di tanto in tanto.

Finalmente, nel 1971, De Giorgi e Lamberto Cattabriga ([34]) riescono a risolvere il problema, e la soluzione è piuttosto sorprendente: in $\mathbf{R}^2$ ogni equazione a coefficienti costanti con secondo membro analitico ha qualche soluzione analitica, mentre in dimensione $n \geq 3$ vi sono esempi di equazioni, anche molto semplici come quella del calore, per le quali la soluzione analitica può mancare. Questi esempi saranno in seguito completati da Livio C. Piccinini. La dimostrazione dell' esistenza si basa fra l' altro su una formula di rappresentazione delle funzioni analitiche reali che è alla base della teoria dei funzionali armonici ed analitici ([33]). Il risultato sarà in seguito raffinato in altre note con Cattabriga ([37] e [44]), mentre alcune congetture sull'argomento sono proposte in [36] e [42].

I fondamenti della Γ*-convergenza*

La teoria della Γ-convergenza può farsi risalire ad un semplice, paradigmatico esempio che De Giorgi andava divulgando nella metà degli anni '60. Si trattava di una famiglia di equazioni ordinarie dipendenti da un parametro intero k, del tipo

$$D(a_k(x)Du) = f(x),$$

dove i coefficienti $a_k(x)$ sono delle *greche* assumenti alternativamente due valori positivi, λ e Λ, in intervallini contigui di ampiezza 2^{-k}. Fissato un qualche intervallo $[a, b]$, possiamo associare a tali equazioni le condizioni di Dirichlet $u(a) = u(b) = 0$, ottenendo così, per ogni $f(x)$, un'unica soluzione $u = u_k(f, x)$. Che cosa accade al crescere di k verso l' infinito? Per rispondere, in questo caso elementare, basta scrivere esplicitamente le soluzioni $u_k(f, x)$: si vedrà allora che queste convergono verso la soluzione $u(f, x)$ dell'equazione (a coefficiente costante)

$$\widetilde{a}D^2u = f(x),$$

dove $\widetilde{a} = 2\lambda\Lambda/(\lambda + \Lambda)$ è la *media armonica* dei due valori λ e Λ, ovvero $1/\widetilde{a}$ è il limite debole della successione $\{1/a_k(x)\}$. Poiché questa conclusione è indipendente sia dall' intervallo fissato che dalla funzione $f(x)$, si può ragionevolmente asserire che l' operatore $\widetilde{a}D^2$ rappresenta il "limite" degli operatori $\{D(a_k(x)D)\}$ per $k \to \infty$.

Nel 1967-68, sviluppando le idee di De Giorgi, Spagnolo[1] aveva introdotto la *G-convergenza*, ossia la convergenza delle funzioni di Green per operatori ellittici del tipo $A_k = \sum D_j(a_{ij,k}(x)D_i)$, definendola come la convergenza debole, in opportuni spazi funzionali, della successione degli inversi $\{A_k^{-1}\}$. Nel 1973, col lavoro sulla "convergenza delle energie" ([40]), De Giorgi e Spagnolo mostrano il carattere variazionale della G-convergenza, mettendola in relazione con la convergenza dei funzionali dell'energia associati agli operatori A_k. Ciò consente fra l'altro di calcolare, sia pure non esplicitamente, i coefficienti dell'operatore G-limite, e di inquadrare in

[1] Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa , (3) **21** (1967), 657-699; *ibid.* (3) **22** (1968), 571-597.

modo naturale alcuni problemi fisici di omogeneizzazione proposti da Enrique Sanchez-Palencia. La teoria dell'*omogeneizzazione* nasce da problemi di elettrostatica o conducibilità termica su materiali composti da due sostanze, una principale (come il ferro) nella quale si trovano presenti, e disposte in modo regolare, numerose piccole "impurità" di un'altra sostanza (come il carbone). Dal punto di vista matematico, l'omogeneizzazione può essere interpretata come un caso particolare di G-convergenza, in cui gli operatori A_k hanno coefficienti *periodici* con periodi che tendono a zero, cioè

$$a_{ij,k}(x) = \alpha_{ij}(kx).$$

È questa una problematica che ha avuto un notevole sviluppo per tutti gli anni '70 ed '80, soprattutto in Italia, in Francia, nell'Unione Sovietica e negli Stati Uniti, ed è tuttora oggetto di approfondite ricerche. A parte la Scuola pisana, i primi importanti contributi alla teoria matematica dell' omogeneizzazione sono dovuti a François Murat e Luc Tartar, di Parigi.

Nel lavoro del 1975 dedicato a Mauro Picone per i suoi 90 anni ([43]), De Giorgi abbandona la G-convergenza "operazionale", spostandosi completamente sul versante "variazionale". Invece di una successione di equazioni differenziali, egli considera ora una successione di *problemi di minimo* per funzionali del Calcolo delle Variazioni. Si tratta qui di "funzionali dell'area", cioè integrali in cui le integrande sono funzioni a crescita lineare nel gradiente della funzione incognita. Senza curarsi di scrivere i corrispondenti operatori di Eulero (che in questo caso non sono lineari), De Giorgi stabilisce che cosa debba intendersi per *limite variazionale* di questa successione di problemi, ottenendo al tempo stesso un risultato di compattezza. Nasce così la Γ-convergenza. La definizione formale di Γ-convergenza di una successione $\{f_k(x)\}$ di funzioni definite su uno spazio topologico X e a valori reali, o reali estesi, appare pochi mesi più tardi in una nota con Tullio Franzoni ([45], cf. anche [52]): $\{f_k\}$ è Γ-convergente verso f se in ogni punto x_0 dello spazio X sono verificati questi due fatti: per ogni successione di punti $\{x_k\}$ convergente ad x_0 si ha $\liminf_k f_k(x_k) \geq f(x_0)$, e inoltre esiste almeno una di tali successioni $\{x_k\}$ per cui $\{f_k(x_k)\}$ converge a $f(x_0)$.

Questa semplice definizione ha una portata vastissima, sia dal punto di vista teorico che applicativo. Oltre ad includere come caso particolare la vecchia nozione di G-convergenza, essa consente, al variare dello spazio X, di inquadrare in modo unificante praticamente tutte le strutture topologiche esistenti, oltre ad alcuni importanti concetti logico-funtoriali. Inoltre la Γ-convergenza apre la strada a tutto un mondo di nuovi problemi, alcuni proposti sin dall'inizio da De Giorgi (cf. [51], [54], [55]), come stabilire se certe famiglie di funzionali sono Γ-compatte, o almeno Γ-chiuse, trovare il comportamento asintotico di particolari successioni (per lo più di tipo *omogeneizzante*) di problemi variazionali, e così via. De Giorgi stesso, solitamente molto sobrio quando parlava dei suoi risultati, andava fiero di questa creazione, reputandola uno strumento concettuale di grande importanza.

Problemi asintotici nel Calcolo delle Variazioni

Gli sviluppi della Γ-convergenza

Durante la seconda metà degli anni '70 ed i primi anni '80 De Giorgi si impegna a sviluppare le tecniche della Γ-convergenza ed a promuovere il suo impiego in diversi problemi asintotici del calcolo delle variazioni. Una caratteristica del suo lavoro in questo periodo è quella di animare un vivace gruppo di ricerca, introducendo idee feconde e tecniche originali, e lasciando spesso ad altri il compito di svilupparle autonomamente in vari problemi specifici.

Nel lavoro [47] De Giorgi introduce la definizione dei cosiddetti Γ-limiti multipli, cioè per funzioni di più variabili, e se ne serve per inquadrare la nozione di G-convergenza in un quadro astratto molto generale. Queste nozioni hanno aperto la strada all'utilizzazione, da parte di altri matematici, delle tecniche di Γ-convergenza nello studio del comportamento asintotico di punti di sella in problemi di minimax e di soluzioni di problemi di controllo ottimale.

Nel lavoro [51] De Giorgi indica alcune linee di ricerca in cui si possono applicare le tecniche della Γ-convergenza, riassumendo i principali risultati dimostrati fino a quel momento dalla sua scuola, e formulando interessanti congetture che hanno esercitato una feconda influenza per molti anni. In questo lavoro sono formulate per la prima volta in forma esplicita alcune linee guida per lo studio del Γ-limiti di funzionali integrali, che erano già state adottate in forma implicita nel lavoro [43].

Si tratta di quello che sarà chiamato "metodo di localizzazione", che consiste essenzialmente in questo. Se si deve studiare il Γ-limite di una successione di funzionali integrali definiti su un aperto Ω di $\mathbf{R}^n$, non ci si limita ad esaminare il problema soltanto su Ω, ma lo si studia contemporaneamente su tutti i sottoinsiemi aperti di Ω. Questo impone di considerare i funzionali in esame come dipendenti sia da un aperto che da una funzione. Nel caso di integrandi positivi, il Γ-limite risulta essere una funzione crescente dell'aperto. È proprio lo studio delle sue proprietà come funzione d'aperto che permette in molti casi di rappresentare il Γ-limite come un integrale.

Questa è una delle motivazioni per lo studio delle proprietà generali delle funzioni crescenti d' insieme e dei loro limiti, che sono oggetto dell' articolo [48], scritto in collaborazione con Giorgio Letta. Tale lavoro contiene anche lo studio approfondito della nozione di integrale rispetto ad una funzione crescente d' insieme (non necessariamente additiva), ed un teorema generale che caratterizza i funzionali che possono essere rappresentati mediante un integrale di questo tipo.

Nel lavoro [53], scritto in collaborazione con Luciano Modica, si utilizza la Γ-convergenza per costruire un esempio di non unicità per il problema di Dirichlet per il funzionale dell' area in forma cartesiana sul cerchio.

Un' applicazione diversa della Γ-convergenza è oggetto dell'articolo [57], scritto in collaborazione con Gianni Dal Maso e Placido Longo, in cui si studia il comportamento asintotico delle soluzioni di problemi di minimo con ostacoli unilaterali per l' integrale di Dirichlet

$$\int_\Omega |Du|^2 dx.$$

Data un' arbitraria successione di ostacoli, verificante un' ipotesi di limitazione dall' alto molto debole, si individua una sottosuccessione che ammette un problema limite, nel senso che le soluzioni dei corrispondenti problemi d' ostacolo convergono debolmente alla soluzione del problema limite. Tale problema asintotico, che viene costruito mediante il metodo di localizzazione dei Γ-limiti, è un problema di minimo per un nuovo funzionale integrale, in cui intervengono anche delle misure singolari. L' articolo [59] costituisce la presentazione di questi risultati al convegno SAFA IV (Napoli, 1980).

Nei lavori [60] e [63] De Giorgi presenta i Γ-limiti in un quadro astratto molto generale partendo dalla nozione più elementare di operatore di tipo G, basata unicamente sulle relazioni d'ordine, ed esplora le possibilità di estendere queste nozioni al caso di funzioni a valori in reticoli completi. Tale progetto è precisato negli articoli [62] e [66], scritti in collaborazione con Giuseppe Buttazzo e Tullio Franzoni rispettivamente. Nel primo di tali articoli vengono anche presentate delle linee guida per le applicazioni della Γ-convergenza allo studio dei limiti di soluzioni di equazioni differenziali, sia ordinarie che alle derivate parziali, includendo in questo quadro generale anche i problemi di controllo ottimo.

Negli articoli [68], scritto in collaborazione con Dal Maso, e [73], che costituisce il testo della conferenza al Congresso Internazionale dei Matematici tenutosi a Varsavia nel 1983, De Giorgi presenta i principali risultati della Γ-convergenza e fa una rassegna delle più significative applicazioni al calcolo delle variazioni ottenute dalla sua scuola.

Nei lavori [72], [78], [84] viene costruito un quadro astratto generale per lo studio dei Γ-limiti di funzionali aleatori, che permette di affrontare i problemi di omogeneizzazione stocastica con tecniche di Γ-convergenza. I lavori di Dal Maso e Modica avevano risolto questi problemi nel caso di funzionali integrali equi-coercitivi, sfruttando il fatto che in questo caso lo spazio dei funzionali considerati risultava metrizzabile e compatto rispetto alla Γ-convergenza. Queste proprietà consentivano di studiare la convergenza delle leggi di probabilità di successioni di funzionali aleatori utilizzando l' ordinaria nozione di convergenza debole di misure. Nel caso di funzionali aleatori che non siano equi-coercitivi, lo spazio dei funzionali può ancora essere dotato di una topologia legata alla Γ-convergenza, ma tale topologia non è più metrizzabile, e, pur essendo di Hausdorff, ha alcune proprietà patologiche, che implicano che le uniche funzioni continue su tale spazio sono costanti.

Nel lavoro [72] De Giorgi propone varie nozioni di convergenza per misure definite sullo spazio delle funzioni semicontinue inferiormente, e formula una serie di quesiti la cui risoluzione permetterebbe di determinare la nozione più adatta allo studio Γ-limiti di funzionali aleatori. Tale nozione viene individuata nei lavori [78] e [84], scritto in collaborazione con Dal Maso e Modica, che ne studiano in dettaglio le principali proprietà.

Nell'articolo [104] De Giorgi propone un metodo per studiare i limiti di soluzioni di equazioni lineari alle derivate parziali del primo ordine

$$A_j u = f,$$

basato sullo studio dei Γ-limiti dei funzionali $\|A_j u - f\|^2_{L^2}$.

Problemi di semicontinuità e rilassamento

Le note [32] del corso tenuto da De Giorgi all' INdAM nel 1968-69, pur non essendo mai state pubblicate, costituiscono un lavoro fondamentale nel campo dei problemi di semicontinuità per gli integrali multipli, e hanno avuto egualmente un'ampia diffusione tra gli studiosi interessati. In esse compare la prima dimostrazione della semicontinuità inferiore (per successioni) del funzionale $F(u,v) = \int_\Omega f(x, u(x), v(x))\, dx$ rispetto alla convergenza forte della funzione u ed alla convergenza debole della funzione v, nella sola ipotesi che l'integranda $f(x, s, \xi)$ sia non negativa, continua nelle tre variabili (x, s, ξ), e convessa in ξ. Il risultato è ottenuto mediante un ingegnoso procedimento di approssimazione dal basso dell' integranda $f(x, s, \xi)$, che riduce il problema al caso di integrande molto più semplici.

Il lavoro [70], scritto in collaborazione con Buttazzo e Dal Maso, affronta il problema della semicontinuità del funzionale $\int_\Omega f(u(x), Du(x))\, dx$ senza supporre la semicontinuità in s dell' integranda $f(s, \xi)$, tranne che per $\xi = 0$. Le sole ipotesi sono che $f(s, \xi)$ sia una funzione non negativa, misurabile in s, convessa in ξ, limitata nell' intorno dei punti del tipo $(s, 0)$, e tale che la funzione $s \mapsto f(s, 0)$ sia semicontinua inferiormente su $\mathbf{R}$.

Nel lavoro [75] De Giorgi, dopo aver riassunto i principali risultati di [70], formula alcune interessanti congetture su problemi di semicontinuità e rilassamento per funzionali integrali dipendenti da funzioni scalari o vettoriali. Alcune di esse sono alla base di importanti lavori sviluppati autonomamente da altri matematici.

Il lavoro [85], scritto in collaborazione con Luigi Ambrosio e Giuseppe Buttazzo, studia il problema del rilassamento per il funzionale

$$F(u) = \int_\Omega f(x, u(x))\, d\lambda(x)$$

definito per $u \in L^1(\Omega, \lambda; \mathbf{R}^n)$. Vi si dimostra un teorema di rappresentazione integrale per l' inviluppo semicontinuo inferiormente di F nello spazio delle misure di Radon limitate su Ω, dotato della topologia della convergenza debole*.

Problemi di evoluzione per funzionali non differenziabili

All' inizio degli anni '80 De Giorgi propone un nuovo metodo per lo studio di problemi di evoluzione in una serie di lavori scritti in collaborazione con Antonio Marino e Mario Tosques, cui si aggiunge in seguito Marco Degiovanni. In [58] la nozione di soluzione dell' equazione di evoluzione $u'(t) = -\nabla f(u(t))$ viene estesa al caso di funzioni f definite su spazi metrici, attraverso un' opportuna definizione di pendenza di f e la corrispondente nozione di curva u di massima pendenza. In questo contesto vengono dimostrati vari teoremi di esistenza per curve di massima pendenza sotto ipotesi molto deboli sulla funzione f.

Nell'articolo [67] viene introdotta la nozione di funzione (p, q)-convessa su spazi di Hilbert e viene dimostrato un teorema di esistenza ed unicità per le relative equazioni di evoluzione. Questi risultati vengono estesi in [71] a funzioni non convesse di tipo più generale, e ad un' ampia classe di operatori non monotoni. Oltre che nella situazione classica in cui si considerano somme di funzioni convesse e di funzioni regolari, questi risultati sono applicabili a molti casi in cui è presente un vincolo non convesso e non differenziabile.

La teoria delle soluzioni di equazioni di evoluzione sviluppata in questi lavori ha permesso a Degiovanni, Marino, Tosques e ai loro collaboratori di estendere le tecniche di deformazione dell' analisi non lineare a molte situazioni in cui intervengono funzionali non differenziabili, e di ottenere un gran numero di risultati di molteplicità di soluzioni in problemi stazionari con vincoli unilaterali.

I più recenti sviluppi nel Calcolo delle Variazioni

Problemi con discontinuità libere

Nel 1987 De Giorgi propone, in un lavoro scritto con Luigi Ambrosio [86], tradotto in inglese in [89], una teoria molto generale per lo studio di una nuova classe di problemi variazionali caratterizzati dalla minimizzazione di energie di volume ed energie di superficie. In un lavoro successivo [106] De Giorgi chiamerà questa classe "problemi con discontinuità libere", alludendo al fatto che l'insieme dove sono concentrate le energie di superficie non è fissato a priori e che è sovente rappresentabile mediante l' insieme di discontinuità di un'opportuna funzione ausiliaria. Problemi di questo tipo sono suggeriti dalla teoria statica dei cristalli liquidi e da certi modelli variazionali in meccanica delle fratture. Soprendentemente, in quegli stessi anni David Mumford e Jayant Shah propongono, nell' ambito di un approccio variazionale al riconoscimento di immagini, un problema al quale la teoria di De Giorgi si adatta perfettamente: la minimizzazione del funzionale

$$\int_{\Omega\setminus K} |\nabla u|^2 dx + \alpha \int_{\Omega\setminus K} |u-g|^2 dx + \beta\,\mathcal{H}^1(K\cap\Omega)$$

tra tutte le coppie (K,u) con K chiuso contenuto in $\overline{\Omega}$ e $u\in C^1(\Omega\setminus K)$ (qui Ω è un rettangolo del piano, α e β sono costanti positive, $g\in L^\infty(\Omega)$, mentre $\mathcal{H}^1$ è la misura di Hausdorff unidimensionale). La teoria proposta da De Giorgi si basa sull' introduzione del nuovo spazio funzionale $SBV(\Omega)$ delle funzioni speciali a variazione limitata, il cui studio è stato poi approfondito da Luigi Ambrosio in alcuni lavori successivi. Nel lavoro [93], scritto in collaborazione con Michele Carriero ed Antonio Leaci, De Giorgi dimostra l' esistenza di soluzioni per il problema posto da Mumford e Shah. Ai problemi con discontinuità libere, ancora oggi oggetto di ricerche da parte di molti matematici italiani e stranieri, sono dedicati anche i lavori [97], [102], [110]. Molte congetture, ancora largamente aperte, sono presentate in un lavoro dedicato a Luigi Radicati [92].

Evoluzione secondo la curvatura media

Alla fine degli anni '80 De Giorgi si interessa attivamente ad una classe di problemi di evoluzione geometrica di tipo parabolico. Il problema modello è l'evoluzione di superfici k-dimensionali Γ_t secondo la curvatura media, nel quale si richiede che la velocità normale di Γ_t in ciascun punto sia eguale al vettore curvatura media della superficie; essendo tale vettore legato alla variazione prima della misura k-dimensionale di Γ_t, dal punto di vista euristico questa evoluzione può essere pensata come la curva di massima pendenza del funzionale area. Nel corso degli anni De Giorgi ha proposto diversi metodi per definire soluzioni deboli del problema e per calcolare soluzioni approssimate; le sue idee sono state poi sviluppate da diversi matematici.

Il primo metodo, proposto da De Giorgi in [98], [100], [109] e [133], si basa sull'approssimazione del moto per curvatura media in codimensione uno mediante le soluzioni delle equazioni paraboliche

$$\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} = \Delta_x u_\varepsilon + \frac{1}{\varepsilon^2} u_\varepsilon (1-u_\varepsilon^2) \qquad\qquad u_\varepsilon(t,x) : [0,+\infty)\times\mathbf{R}^n \to (-1,1).$$

In questo caso le superfici Γ_t sono viste come frontiere di opportuni insiemi E_t, che possono essere approssimati dagli insiemi $\{u_\varepsilon(t,\cdot)>0\}$ al tendere di ε a zero. Una motivazione euristica per questo risultato di convergenza è un teorema dimostrato da Luciano Modica e Stefano Mortola nei primissimi anni dello sviluppo della Γ-convergenza. Infatti le equazioni paraboliche scritte sopra sono proprio, a meno di un riscalamento temporale, le curve di massima pendenza associate a funzionali del tipo di Modica–Mortola, convergenti al funzionale area. È quindi ragionevole aspettarsi convergenza anche per le rispettive curve di massima pendenza. In un lavoro dedicato a Giovanni Prodi [108], De Giorgi presenta una rassegna di congetture su questo argomento; alcune di queste sono state dimostrate indipendentemente da Piero De Mottoni, Michelle Schatzman, Xinfu Chen, Tom Ilmanen, Lawrence C. Evans, Halil Mete Soner, Panagiotis Souganidis. Altre importanti congetture, tutte largamente aperte, sono presentate qualche anno dopo in un lavoro dedicato a John Nash [142] in un contesto più generale che include anche equazioni di tipo iperbolico e curve di massima pendenza associate a funzionali dipendenti dalla curvatura della varietà.

Altri metodi proposti da De Giorgi hanno una portata molto generale, e ad esempio sono applicabili al caso dell'evoluzione di superfici di dimensione e codimensione arbitraria. Ricordiamo ad esempio il metodo delle barriere, proposto in [117], [118], [120], [124], [125] e ispirato al metodo di Perron, che consente di definire soluzioni deboli a partire da una certa classe di soluzioni regolari; questo metodo è stato in seguito compiutamente sviluppato da due suoi allievi, Giovanni Bellettini e Matteo Novaga, e confrontato con la teoria delle soluzioni nel senso della viscosità. Ricordiamo anche l' idea di studiare le proprietà geometriche di una varietà Γ attraverso le proprietà analitiche della funzione $\eta(x,\Gamma) = \mathrm{dist}^2(x,\Gamma)$, presentata la prima volta in [92] e poi, nel contesto dei problemi di evoluzione, in [125]: usando la funzione $\eta(t,x) = \eta(x,\Gamma_t)$ il moto per curvatura media può essere descritto dal sistema di equazioni

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \eta}{\partial x_i} = \Delta \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \qquad \text{su } \{\eta = 0\} \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Questa descrizione è, specialmente in codimensione maggiore di uno, estremamente più semplice di quella ottenibile attraverso una rappresentazione parametrica delle superfici.

Movimenti minimizzanti

Ispirato da un lavoro di Frederick J. Almgren, Jean E. Taylor e Lihe Wang, nel quale era stata studiata un' opportuna discretizzazione temporale del moto per curvatura media, nel 1992 De Giorgi propone in un lavoro dedicato a Enrico Magenes [116] un metodo generale, da lui chiamato "dei movimenti minimizzanti", per studiare le curve di massima pendenza di un funzionale F in uno spazio metrico (X,d). Il metodo di De Giorgi si basa sulla minimizzazione ricorsiva di opportuni funzionali perturbati del tipo $u \mapsto F(u) + G(u,v)$. Nel caso classico si ha $G(u,v) = d^2(u,v)/\tau$, ove $\tau > 0$ è il parametro di discretizzazione temporale, ma sorprendentemente (come nel caso dell' evoluzione per curvatura media) il metodo produce risultati interessanti anche quando G non è il quadrato di una funzione distanza, o addirittura non è una funzione simmetrica. Alla teoria dei movimenti minimizzanti è anche dedicato il lavoro [112], e applicazioni a problemi di evoluzione delle partizioni sono presentate in [128] e [140].

Superfici minime in spazi metrici

Nel 1993 De Giorgi ritorna su uno dei temi a lui più cari, la teoria delle superfici minime, proponendo in [135] un' approccio molto generale al problema di Plateau. In questo breve lavoro, che verrà ulteriormente sviluppato in [130], De Giorgi riesce a formulare il problema di Plateau in qualsiasi spazio metrico usando solamente la classe delle funzioni lipschitziane sullo spazio. Questo punto di vista risulta profondamente innovativo anche per gli spazi euclidei o per le varietà riemanniane, nei quali la teoria classica delle superfici minime di Herbert Federer e Wendell H. Fleming si basa sulla dualità con le forme differenziali. Luigi Ambrosio e Bernd Kirchheim hanno dimostrato che la teoria proposta da De Giorgi estende la teoria di Federer–Fleming, e che i classici teoremi di chiusura e rettificabilità del bordo per le correnti intere continuano ad essere veri in questo contesto molto più generale. A temi di teoria geometrica della misura sono anche dedicati i lavori [107], [111] , [134].

Dalla Matematica alla Sapienza

Il Seminario sui Fondamenti

A partire dalla metà degli anni '70, stimolato dalle problematiche e dalle difficoltà emerse nelle sue esperienze di insegnamenti di base presso l' Università dell' Asmara, Ennio De Giorgi decise di trasformare uno dei suoi tradizionali corsi presso la Scuola Normale (quello del mercoledì) in un Seminario in cui discutere ed approfondire tematiche fondazionali insieme a studenti e ricercatori interessati, non necessariamente specialisti di Logica, ma anzi possibilmente rappresentativi di diverse discipline, non soltanto matematiche. Inizialmente si proponeva soltanto di trovare una formulazione dei consueti fondamenti insiemistici, atta a fornire una base assiomatica chiara e naturale su cui innestare i concetti fondamentali dell' Analisi Matematica. In questa accezione i Fondamenti, più che fornire una "base certa" su cui posare tutte le costruzioni matematiche, debbono fornire un ambiente (un quadro assiomatico) in cui poter inserire tali costruzioni; più che essere la radice da cui nascono tutti gli alberi della Scienza devono predisporre una rete di sentieri per esplorare le foreste della Scienza.

Dal punto di vista metodologico, De Giorgi seguiva il tradizionale metodo assiomatico *contenutistico* usato nella Matematica classica, cercando gli assiomi fra le proprietà più rilevanti degli oggetti presi in considerazione, ben sapendo che gli assiomi prescelti, come altri eventualmente aggiungibili ad essi, non possono comunque esaurire tutte le proprietà degli oggetti considerati; la sua presentazione era rigorosa, ma non legata ad alcun formalismo, anche se apprezzava la possibilità di fornire formalizzazioni da confrontare con le correnti teorie fondazionali di tipo formale.

Gradualmente le sue riflessioni e le discussioni dentro e fuori del Seminario portarono De Giorgi ad elaborare e proporre teorie sempre più generali: nel suo approccio ai Fondamenti era essenziale individuare ed analizzare alcuni concetti da prendere come fondamentali, senza però dimenticare che l'infinita varietà del reale non si può mai cogliere completamente, in accordo con l'ammonimento

ci sono più cose fra cielo e terra di quante ne sogni la tua filosofia,

che l'Amleto di Shakespeare dà ad Orazio, e che De Giorgi aveva eletto a sintesi della propria posizione filosofica. Pertanto le caratteristiche essenziali delle sue teorie possono essere sintetizzate in quattro punti:

- *non riduzionismo*: ogni teoria considera molte specie di oggetti, collegate ma non riducibili l'una all'altra (anche la più astuta codifica di un oggetto altera in qualche misura alcune delle sue caratteristiche fondamentali);

- *apertura*: si deve sempre lasciare aperto lo spazio per introdurre liberamente e naturalmente in ogni teoria nuove specie di oggetti con le loro proprietà;

- *autodescrizione*: le più importanti proprietà, relazioni ed operazioni che coinvolgono gli oggetti studiati dalla teoria, così come le asserzioni ed i predicati che vi si formulano, debbono essere a loro volta oggetti della teoria;

- *assiomatizzazione semi-formale*: la teoria viene esposta utilizzando il metodo assiomatico della matematica tradizionale; varie formalizzazioni della teoria nei sistemi formali della Logica Matematica sono possibili ed utili per studiarne diversi aspetti, ma nessuna di esse può essere presa come definitiva, in quanto in ciascuna va perduta una parte del significato inteso degli assiomi originali. Inoltre, volendo mantenere al minimo le assunzioni metateoriche, vengono privilegiate le assiomatizzazioni finite.

In effetti De Giorgi pensava che un serio studio dei problemi fondazionali portasse a scoprire il valore sapienziale della ricerca e sottolineava l'importanza del rigore matematico non formale, ben rappresentato dal metodo assiomatico tradizionale, che permette di presentare in modo chiaro le proprie proposte, rendendo possibile il contributo critico e propositivo di altri studiosi. Egli vedeva in questa attività il culmine della sua concezione etica della scienza, in cui il dialogo sereno ed aperto tra studiosi di differenti orientamenti, la convivialità della condivisione del sapere, erano visti come fattori di comprensione, amicizia e rispetto per le libertà fondamentali, in difesa delle quali riteneva che l' impegno diretto (cui mai si sottrasse) non fosse più importante delle analisi teoriche; illuminanti per tale visione umanistica unitaria del sapere sono molti dei saggi contenuti in [138]: non a caso come esempio tipico di sistema assiomatico fondamentale era solito citare la Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10/12/1948.

Queste tematiche divennero a poco a poco uno dei suoi principali oggetti di ricerca, portato avanti per un ventennio, con proposte ed elaborazioni di respiro sempre più vasto, che lo impegnarono fino agli ultimi giorni di vita, quando teneva sul comodino nella sua cameretta all'ospedale un blocco in cui annotava assiomi da discutere con gli amici che venivano a trovarlo.

Il Principio di Libera Costruzione

Nei primi tempi le discussioni del Seminario partivano da una base insiemistica tradizionale, ma le teorie insiemistiche correnti dovettero subire fin dall'inizio alcune sostanziali modifiche per adeguarsi almeno in parte ai criteri succitati: teorie insiemistiche sì, ma "all'antica", quindi:
- con *urelementi* (oggetti che non sono insiemi, per garantire non riduzionismo e apertura);
- con *grandi classi* che possono anche essere *elementi* (la classe universale V, quella degli insiemi Ins, i grafici delle proiezioni, ed altre classi utili per l'autodescrizione);
- senza *fondazione* (per consentire l'autoappartenenza, ed anche riflessività più complesse).

In questo periodo, comunque, la centralità delle nozioni insiemistiche era conservata; le esigenze di naturalezza e di flessibilità portarono quindi De Giorgi, che intendeva permettere alla relazione di appartenenza di modellare qualunque relazione, a formulare nel 1979 il suo "Principio di Libera Costruzione":

> *PLC - è sempre possibile costruire un insieme d' insiemi assegnandone liberamente gli elementi mediante un' opportuna parametrizzazione.*

Si tratta probabilmente del più importante contributo tecnico di De Giorgi alla Logica Matematica. Anche se assiomi formali corrispondenti ai casi principali del PLC erano stati considerati precedentemente da diversi autori negli anni '30 (Finsler) e '60 (Scott, Boffa, Hajek), la generalità e la naturalezza della sua formulazione hanno permesso analisi più approfondite e la determinazione di *Assiomi di Antifondazione* che sono ora considerati i più appropriati per le applicazioni della teoria degli insiemi alla Semantica e all' Informatica. Paradossalmente il PLC non compare in alcuna pubblicazione di De Giorgi, che, come usava fare per tutti gli sviluppi tecnici degli argomenti trattati nel Seminario, ne affidò lo studio ad allievi e colleghi.[2]

La Teoria Quadro e la Teoria Ampia

Nel frattempo De Giorgi andava sviluppando la sua concezione e giungeva ad un superamento decisivo del riduzionismo insiemistico richiedendo che gli urelementi non siano semplici *atomi privi di struttura*, ma permettano di recuperare con *naturalezza* molte nozioni tradizionali della matematica (*numeri naturali, operazioni, n-uple*, etc.). Se nella sua prima proposta pubblicata, [74], insiemi e classi sarebbero stati ancora sufficienti a codificare tutti gli altri oggetti considerati, già nella Teoria Quadro [80] l' uso di molte differenti specie di oggetti, non ridotti alle loro codifiche insiemistiche, risulta essenziale per presentare internamente le principali relazioni, operazioni e proprietà degli oggetti considerati dalla teoria stessa.

De Giorgi fornisce qui una prima soluzione al problema dell' *autoriferimento*: le classiche antinomie possono essere superate, anche se non completamente, proprio giocando sulle differenti tastiere fornite dalle varie specie di oggetti introdotti. Va tenuto conto, però, che se questa varietà permette in pratica di innestare singolarmente ogni oggetto voluto, non è detto che si possano introdurre *simultaneamente* tutti gli oggetti autoreferenziali desiderati. De Giorgi pone il problema in [82] ed i suoi sforzi verso una soluzione *generale* culminano nella Teoria Ampia del 1987, elaborata in collaborazione con Massimo Clavelli, Marco Forti e Vincenzo M. Tortorelli pubblicata nel volume dedicato a Jacques-Louis Lions ([87]).

Nella Teoria Ampia sono presenti tutti i più importanti oggetti considerati in Matematica (*numeri naturali e cardinali, insiemi e classi, coppie e n-uple, operazioni*) ed alcuni fondamentali oggetti logici (*relazioni, proprietà o qualità, proposizioni*); gli assiomi postulati permettono una trattazione naturale delle usuali teorie matematiche ed una descrizione interna assai completa delle operazioni e relazioni considerate. Questa ricchezza pone ovviamente il problema della consistenza della teoria stessa: con un atteggiamento tipico delle sue ricerche fondazionali, De Giorgi non affronta mai direttamente tale problema, limitandosi ad analizzare le possibili antinomie, classiche o nuove, e sviluppando la teoria in modo da evitarle, trasformandole in teoremi limitativi. Naturalmente egli incitava allievi e colleghi ad un'indagine tecnica più approfondita, in modo da ottenere teorie formali la cui forza di consistenza fosse confrontabile con le consuete teorie insiemistiche, e di cui si potessero considerare modelli più o meno ricchi.

Nel caso della Teoria Ampia, il problema della consistenza fu studiato approfonditamente da un suo giovane allievo, Giacomo Lenzi. Risultò che

[2] M. FORTI, F. HONSELL, *Set theory with free construction principles*, Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa, Cl. Sci. (4) **10** (1983), 493-522.

la non comune capacità di analisi delle antinomie, che gli era propria, aveva consentito a De Giorgi di evitare l'inconsistenza. Tuttavia il suo desiderio di ottenere la massima comprensività lo aveva portato a rasentare l'abisso, sicché molte delle interessanti estensioni suggerite in [87], ed anche altre, ancor più naturali ed apparentemente innocue, risultarono inaspettatamente inconsistenti: il requisito dell' apertura era quindi violato.

Le Teorie Base

Questo contrasto tra l' ampiezza della teoria e la sua apertura ad estensioni portò De Giorgi ad un decisivo spostamento di obiettivo: non più teorie *generali* di tutta la Matematica, ma *teorie-base*, con pochi oggetti ed assiomi meno impegnativi, sufficienti per fornire un quadro assiomatico leggero e flessibile, fortemente autodescrittivo ed aperto ad ogni tipo di innesto, non solo di nozioni matematiche, ma anche logiche e informatiche (e in prospettiva di concetti di ogni altra disciplina *sufficientemente chiara*).

Si pose quindi il problema di scegliere alcuni oggetti e concetti fondamentali, che grazie alle analisi precedenti furono specificati in *qualità, relazioni, collezioni* e *operazioni*, e di isolare pochi assiomi generali sufficienti per darne le proprietà essenziali. Dopo le prime proposte contenute in [101], [94], [99] e [123], le Teorie Base assunsero forma compiuta in [131].

Con la rinucia a teorie onnicomprensive diveniva essenziale prevedere lavori specifici per innestare sulle teorie base le principali nozioni della Matematica e di altre discipline: De Giorgi si limitò a riconsiderare in [132] il concetto classico di *variabile* della Fisica Matematica e a trattare in [139] le nozioni logiche di *proposizione* e *predicato*, affrontando ivi per la prima volta la problematica nozione di *verità*.

Il programma di innestare sulle teorie base altri interessanti capitoli della Matematica, della Logica e dell' Informatica che richiedevano maggiori dettagli tecnici, venne affidato da De Giorgi ai suoi collaboratori, ai quali non fece mai mancare il suo contributo di discussioni, proposte ed elaborazioni personali. Ricordiamo qui, come esempi tipici di "teorie alla De Giorgi", da lui spesso citate nel Seminario, le due teorie generali per i concetti di *collezione, insieme* e *funzione* e per quello di *operazione* elaborate da Marco Forti e Furio Honsell sulla base dei suoi suggerimenti e delle discussioni comuni.

Le teorie del 2000

Nel frattempo le concezioni di De Giorgi, anche per la maggiore attenzione dimostrata verso le sue teorie da parte di scienziati applicati (fisici, biologi, economisti) piuttosto che da matematici e logici, evolvevano nella direzione di svincolare le proposte fondazionali dalle originali teorie matematiche, per farne autentiche basi generali *interdisciplinari* (cfr. [123], [126] e [127]): ne è chiaro segno il fatto che i numeri naturali perdono la centralità che avevano conservato in tutte le teorie precedenti, mentre proposizioni e predicati assumono un ruolo essenziale per l' autodescrizione, e la nozione di *verità* balza in primo piano. Come concetti fondamentali indefiniti rimangono soltanto quelli di *qualità* e *relazione*: ovviamente non nel senso riduzionista che ogni altra nozione si scompone alla fine in qualità e relazioni, ma semplicemente postulando che tutti gli altri concetti fondamentali considerati (collezioni, operazioni, proposizioni, predicati, ecc.) sono introdotti, qualificati e governati da opportune relazioni e qualità fondamentali.

Questo nuovo approccio, anticipato da [149] e [141], era appena agli inizi nel 1996, ma De Giorgi vi si era lanciato con grande entusiasmo e teorie estremamente interessanti avrebbero potuto maturare (anche prima del nuovo millennio, cui egli amava scherzosamente assegnarle), se la sorte non ne avesse troncato prematuramente la vita e l' attività nell' ottobre di quell'anno. Restano, come suggerimenti da sviluppare, i lavori [147], [143] e [144], che peraltro erano già stati superati da De Giorgi nel suo impetuoso percorrere il nuovo filone di ricerca: in particolare gli sviluppi dei calcoli logici (semantici e non formali) ed il recupero della nozione interna di verità (assoluta) come qualità di alcune proposizioni, con la corrispondente trasformazione della classica Antinomia del Mentitore, così congeniali alle idee generali di De Giorgi, sono ricchi di interessanti problemi e suggerimenti per ulteriori approfondimenti. Un'eco delle idee discusse da De Giorgi nell'ultimo periodo si può trovare in una nota di Marco Forti e Giacomo Lenzi[3] che sistematizza e sviluppa proprio queste ultime proposte.

[3] *A General Axiomatic Framework for the Foundations of Mathematics, Logic and Computer Science*, Rend. Acc. Naz. Sci. XL, Mem. Mat. Appl. (5) **21** (1997), 171-207.

2.1.3 Pubblicazioni

1950

[1] *Costruzione di un elemento di compattezza per una successione di un certo spazio metrico.,* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8), **8**, 302-304.

[2] *Un criterio generale di compattezza per lo spazio delle successioni.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **9**, 238-242.

1952

[3] *Ricerca dell' estremo di un cosiddetto funzionale quadratico.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **12**, 256-260.

[4] *Sulla sommabilità delle funzioni assolutamente integrabili.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **12**, 507-510.

[5] *Compiuta ricerca dell' estremo inferiore di un particolare funzionale.* Rend. Accad. Sci. Fis. Mat. Napoli (4) **19**, 29-41.

1953

[6] *Un nuovo teorema di esistenza relativo ad alcuni problemi variazionali.* Pubbl. IAC N. 371, CNR, Roma.

[7] *Definizione ed espressione analitica del perimetro di un insieme.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **14**, 390-393.

[8] *Un teorema sulle serie di polinomi omogenei.* Atti Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. **87**, 185-192.

[9] *Osservazioni relative ai teoremi di unicità per le equazioni differenziali a derivate parziali di tipo ellittico, con condizioni al contorno di tipo misto.* Ricerche Mat. **2**, 183-191.

1954

[10] *Su una teoria generale della misura* $(r-1)$*-dimensionale in uno spazio ad* r *dimensioni.* Ann. Mat. Pura Appl. (4) **36**, 191-213.

[11] *Lições sobre uma teoria das equações integrais lineares e suas aplicações segundo a orientação de Jordan-Hilbert* (con M. Picone). Traduzio por Dante A.O. Martinelli. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

1955

[12] *Un teorema di unicità per il problema di Cauchy, relativo ad equazioni differenziali lineari a derivate parziali di tipo parabolico.* Ann. Mat. Pura Appl. (4) **40**, 371-377.

[13] *Un esempio di non unicità della soluzione di un problema di Cauchy, relativo ad un'equazione differenziale lineare di tipo parabolico.* Rend. Mat. e Appl. (5) **14**, 382-387.

[14] *Nuovi teoremi relativi alle misure* $(r-1)$*-dimensionali in uno spazio ad* r *dimensioni.* Ricerche Mat. **4**, 95-113.

1956

[15] *Alcune applicazioni al calcolo delle variazioni di una teoria della misura* k*-dimensionale.* Atti V Congresso U.M.I. (Pavia-Torino, 1955), Cremonese, Roma.

[16] *Sull' analiticità delle estremali degli integrali multipli.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **20**, 438-441.

1957

[17] *Sulla differenziabilità e l' analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari.* Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (3) **3**, 25-43.

1958

[18] *Lezioni di Analisi Superiore: funzioni olomorfe, teoria dell'integrazione secondo Lebesgue, trasformata di Laplace* (con A. Ghizzetti). Veschi, Roma.

[19] *Sulla proprietà isoperimetrica dell' ipersfera, nella classe degli insiemi aventi frontiera orientata di misura finita.* Atti Accad. Naz. Lincei Mem. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Sez. I (8) **5**, 33-44.

1959

[20] *Considerazioni sul problema di Cauchy per equazioni differenziali di tipo parabolico di ordine qualunque.* Symposium on the Numerical Treatment of Partial Differential Equations with Real Characteristic (Roma, 1959), 136-139, Veschi, Roma.

1961

[21] *Complementi alla teoria della misura* $(n-1)$*-dimensionale in uno spazio* n*-dimensionale.* Seminario di Matematica della Scuola Normale Superiore di Pisa, 1960-61, Editrice Tecnico Scientifica, Pisa.

[22] *Frontiere orientate di misura minima.* Seminario di Matematica della Scuola Normale Superiore di Pisa, 1960-61, Editrice Tecnico Scientifica, Pisa.

1965

[23] *Una estensione del teorema di Bernstein.* Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa (3) **19**, 79-85.

[24] *Sulle singolarità eliminabili delle ipersuperficie minimali* (con G. Stampacchia). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **38**, 352-357.

1966

[25] *Sulle singolarità eliminabili delle ipersuperficie minimali.* Atti del Convegno sulle Equazioni alle Derivate Parziali (Nervi, 1965), 55-58, Cremonese, Roma.

1968

[26] *Hypersurfaces of minimal measure in pluridimensional euclidean spaces.* Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Moscow, 1966), 395-401, Mir, Moscow.

[27] *Maggiorazioni a priori relative ad ipersuperfici minimali.* Atti del Convegno di Analisi Funzionale (Roma, 1968), 283-285, INdAM, Symposia Mathematica II.

[28] *Un esempio di estremali discontinue per un problema variazionale di tipo ellittico.* Boll. Un. Mat. Ital. (4) **1**, 135-137.

[29] *Corso di Analisi per Chimici.* Università di Pisa, 1967-68 (ristampa ed. De Salvio, Ferrara, 1969).

1969

[30] *Minimal cones and the Bernstein problem* (con E. Bombieri e E. Giusti). Invent. Math. **7**, 243-268.

[31] *Una maggiorazione a priori per le ipersuperfici minimali non parametriche* (con E. Bombieri e M. Miranda). Arch. Rational Mech. Anal. **32**, 255-267.

[32] *Teoremi di semicontinuità nel calcolo delle variazioni.* Lezioni tenute all' Istituto Nazionale di Alta Matematica, Roma, 1968-69; appunti redatti da U. Mosco, G. Troianiello, G. Vergara.

1971

[33] *Una formula di rappresentazione per funzioni analitiche in* $\mathbf{R}^n$ (con L. Cattabriga). Boll. Un. Mat. Ital. (4) **4**, 1010-1014.

[34] *Una dimostrazione diretta dell'esistenza di soluzioni analitiche nel piano reale di equazioni a derivate parziali a coefficienti costanti* (con L. Cattabriga). Boll. Un. Mat. Ital. (4) **4**, 1015-1027.

1972

[35] *Sur l' existence de solutions analitiques d'équations à coefficients constants.* Actes du Colloque d'Analyse Fonctionnelle (Bordeaux, 1971), 133-135, Bull. Soc. Math. France, Mém. no. **31-32**, Paris.

[36] *Solutions analitiques des équations aux derivées partielles à coefficients constants.* Séminaire Goulaouic-Schwartz 1971-72: Équations aux Dérivées Partielles et Analyse Fonctionnelle, Exp. no. 29, École Polytechnique, Centre de Math., Paris.

[37] *Sull' esistenza di soluzioni analitiche di equazioni a derivate parziali a coefficienti costanti in un qualunque numero di variabili* (con L. Cattabriga). Boll. Un. Mat. Ital. (4) **6**, 301-311.

[38] *Frontiere orientate di misura minima e questioni collegate* (con F. Colombini e L. C. Piccinini). Quaderni della Scuola Normale Superiore di Pisa, Editrice Tecnico Scientifica, Pisa.

1973

[39] *Problemi di superfici minime con ostacoli: forma non cartesiana.* Boll. Un. Mat. Ital. (4) **8**, 80-88.

[40] *Sulla convergenza degli integrali dell'energia per operatori ellittici del secondo ordine* (con S. Spagnolo). Boll. Un. Mat. Ital. (4) **8**, 391-411.

1974

[41] *Introduction to minimal surface theory.* Global Analysis and its Applications, Lectures Internat. Sem. Course (ICTP, Trieste, 1972), Vol. II, 43-45, Internat. Atomic Energy Agency, Vienna.

1975

[42] *Sulle soluzioni globali di alcuni sistemi di equazioni differenziali.* Collection of articles dedicated to Giovanni Sansone on the occasion of his 85^{th} birthday, Boll. Un. Mat. Ital. (4) **11**, 77-79.

[43] *Sulla convergenza di alcune successioni d'integrali del tipo dell' area.* Collection of articles dedicated to Mauro Picone on the occasion of his 90^{th} birthday, Rend. Mat. (6) **8**, 277-294.

[44] *Soluzioni di equazioni differenziali a coefficienti costanti appartenenti in un semispazio a certe classi di Gévrey* (con L. Cattabriga). Collection in memory of Enrico Bompiani, Boll. Un. Mat. Ital. (4), suppl. **12**, 324-348.

[45] *Su un tipo di convergenza variazionale* (con T. Franzoni). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **58**, 842-850.

1976

[46] *Convergenza in energia di operatori ellittici.* Conferenza tenuta nel febbraio 1974. Contributi del Centro Linceo Interdisciplinare di Scienze Matematiche e loro Applicazioni, 16.

1977

[47] *Γ-convergenza e G-convergenza.* Boll. Un. Mat. Ital. (5) **14-A**, 213-220.

[48] *Une notion générale de convergence faible pour des fonctions croissantes d'ensemble* (con G. Letta). Ann. Scuola. Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **4**, 61-99.

1978

[49] *Existence et unicité des solutions des équations hyperboliques du second ordre à coefficients ne dépendant que du temps* (con F. Colombini e S. Spagnolo). C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A **286**, 1045-1048.

1979

[50] *Sur les équations hyperboliques avec des coefficients qui ne dépendent que du temps* (con F. Colombini e S. Spagnolo). Ann. Scuola Norm. Sup. Pisa Cl. Sci. (4) **6**, 511-559.

[51] *Convergence problems for functionals and operators.* Proc. of the Internat. Meeting on "Recent Methods in Nonlinear Analysis" (Roma, 1978), E. De Giorgi, E. Magenes, U. Mosco eds., 131-188, Pitagora, Bologna.

[52] *Su un tipo di convergenza variazionale* (con T. Franzoni). Rend. Sem. Mat. Brescia **3**, 63-101.

[53] *Γ-convergenza e superfici minime* (con L. Modica). Preprint Scuola Normale Superiore, Pisa.

1980

[54] *Quelques problèmes de Γ-convergence.* Computing Methods in Applied Sciences and Engineering, IV Internat. Symposium (Versailles, 1979), R. Glowinski & J. L. Lions eds., 637-643, North Holland, Amsterdam.

[55] *New problems in Γ-convergence and G-convergence.* Free Boundary Problems (Pavia, 1979), Vol. II, 183-194, Istituto Nazionale di Alta Matematica, Roma.

[56] *Guido Stampacchia.* Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **68**, 619-625.

[57] *Γ–limiti di ostacoli* (con G. Dal Maso e P. Longo). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **68**, 481-487.

[58] *Problemi di evoluzione in spazi metrici e curve di massima pendenza* (con A. Marino e M. Tosques). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **68**, 180-187.

1981

[59] *Γ-limiti di ostacoli.* Recent Methods in Nonlinear Analysis and Applications, SAFA IV (Napoli, 1980), A. Canfora, S. Rionero, C. Sbordone, G. Trombetti eds., 51-84, Liguori, Napoli.

[60] *Generalized limits in calculus of variations.* Topics in Functional Analysis 1980-81, 117-148, Quaderni della Scuola Normale Superiore, Editrice Tecnico Scientifica, Pisa.

[61] *Limits of functionals and differential operators.* Analytic Solutions of Partial Differential Equations (Trento, 1981), L. Cattabriga ed., 153-161, Astérisque 89-90, Soc. Math. France, Paris.

[62] *Limiti generalizzati e loro applicazioni alle equazioni differenziali* (con G. Buttazzo). Matematiche (Catania) **36**, 53-64.

1982

[63] *Operatori elementari di limite ed applicazioni al calcolo delle variazioni.* Atti del Convegno su "Studio di Problemi-Limite in Analisi Funzionale" (Bressanone, 1981), 101-116, Pitagora, Bologna.

[64] *Alcune osservazioni sui rapporti tra matematica pura e matematica applicata.* Atti del VI convegno AMASES (Marina di Campo, Isola d' Elba, 1982).

[65] *Nuovi risultati sulla convergenza dei funzionali.* Proc. Internat. Conference on Partial Differential Equations dedicated to Luigi Amerio on his 70^{th} birthday (Milano-Como, 1982), Rend. Sem. Mat. Fis. Milano **52**, 167-173.

[66] *Una presentazione sintetica dei limiti generalizzati* (con T. Franzoni). Portugal. Math. **41**, 405-436.

[67] *Funzioni* (p, q)*-convesse* (con A. Marino e M. Tosques). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **73**, 6-14.

1983

[68] Γ*-convergence and calculus of variations* (con G. Dal Maso). Mathematical Theories of Optimization (S. Margherita Ligure, 1981), T. Zolezzi ed., 121-143, Lecture Notes in Math. 979, Springer-Verlag, Berlin.

[69] *Recenti sviluppi della* Γ*-convergenza in problemi ellittici, parabolici ed iperbolici* (con M. Degiovanni e M. Tosques). Methods of Functional Analysis and Theory of Elliptic Equations (Napoli, 1982), 103-114, Liguori, Napoli.

[70] *On the lower semicontinuity of certain integral functionals* (con G. Buttazzo e G. Dal Maso). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **74**, 274-282.

[71] *Evolution equations for a class of nonlinear operators* (con M. Degiovanni, A. Marino e M. Tosques). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **75**, 1-8.

1984

[72] *On a definition of* Γ*-convergence of measures.* Multifunctions and Integrands (Catania, 1983), G. Salinetti ed., 150-159, Lectures Notes in Math. 1091, Springer-Verlag, Berlin.

[73] *G-operators and* Γ*-convergence.* Proceedings of the International Congress of Mathematicians (Warsaw, 1983), Vol. 2, 1175-1191, PWN, Warsaw, and North-Holland, Amsterdam.

[74] *Premessa a nuove teorie assiomatiche dei Fondamenti della Matematica* (con M. Forti). Quaderni del Dipartimento di Matematica 45, Pisa.

1985

[75] *Some semi-continuity and relaxation problems.* Ennio De Giorgi Colloquium (Paris, 1983), P. Krée ed., 1-11, Res. Notes in Math. 125, Pitman, London.

[76] *References.* Ennio De Giorgi Colloquium (Paris, 1983), P. Krée ed., 191-196, Res. Notes in Math. 125, Pitman, London.

[77] *Su alcuni nuovi risultati di minimalità.* Atti del Convegno Celebrativo del I Centenario del Circolo Matematico di Palermo (Palermo, 1984), Rend. Circ. Mat. Palermo (2), suppl. **8**, 71-106.

[78] *Convergenza debole di misure su spazi di funzioni semicontinue* (con G. Dal Maso e L. Modica). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **79**, 98-106.

[79] *Nuovi sviluppi del calcolo delle variazioni.* Metodi di Analisi Reale nelle Equazioni alle Derivate Parziali (Cagliari, 1985), O. Montaldo, A. Piro, F. Ragnedda eds., 83-91, Dipartimento di Matematica, Cagliari.

[80] *Una teoria quadro per i Fondamenti della Matematica* (con M. Forti). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **79**, 55-67.

1986

[81] *Su alcuni indirizzi di ricerca nel calcolo delle variazioni.* Convegno celebrativo del centenario della nascita di Mauro Picone e di Leonida Tonelli (Roma, 1985), 183-187, Atti dei Convegni Lincei 77.

[82] *Sul problema dell' autoriferimento* (con M. Forti e V. M. Tortorelli). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **80**, 363-372.

1987

[83] *Some open problems in the theory of partial differential equations.* Hyperbolic Equations (Padova, 1985), F. Colombini & M.K.V. Murthy eds., 67-73, Pitman Res. Notes Math. Ser. 158, Longman, Harlow.

[84] *Weak convergence of measures on spaces of lower semicontinuous functions* (con G. Dal Maso e L. Modica). Proc. of the Internat. Workshop on Integral Functionals in Calculus of Variations (Trieste, 1985), Rend. Circ. Mat. Palermo (2), suppl. **15**, 59-100.

[85] *Integral representation and relaxation for functionals defined on measures* (con L. Ambrosio e G. Buttazzo). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **81**, 7-13.

1988

[86] *Un nuovo tipo di funzionale del calcolo delle variazioni* (con L. Ambrosio). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **82**, 199-210.

[87] *A self-reference oriented theory for the foundations of mathematics* (con M. Clavelli, M. Forti e V. M. Tortorelli). Analyse Mathématique et Applications, 67-115, Gauthier-Villars, Paris.

[88] *Problemi di regolarità per un nuovo tipo di funzionale del calcolo delle variazioni* (con G. Congedo e I. Tamanini). Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **82**, 673-678.

1989

[89] *New functionals in calculus of variations.* Nonsmooth Optimization and Related Topics, Proc. of the Fourth Course of the International School of Mathematics (Erice, 1988), F. H. Clarke, V. F. Dem'yanov, F. Giannessi eds., 49-59, Ettore Majorana Internat. Sci. Ser. Phys. Sci. 43, Plenum Press, New York.

[90] *Su alcuni problemi comuni all'analisi e alla geometria.* Giornate di Studio su Geometria Differenziale e Topologia (Lecce, 1989), Note Mat., suppl. **9**, 59-71.

[91] *Sviluppi dell' analisi funzionale nel Novecento.* Il Pensiero Matematico del XX Secolo e l' Opera di Renato Caccioppoli, 41-59, Istituto Italiano per gli Studi Filosofici, Seminari di Scienze 5, Napoli.

[92] *Introduzione ai problemi di discontinuità libera.* Symmetry in Nature. A volume in honour of Luigi A. Radicati di Brozolo, I, 265-285, Scuola Normale Superiore, Pisa.

[93] *Existence theorem for a minimum problem with free discontinuity set* (con M. Carriero e A. Leaci). Arch. Rational Mech. Anal. **108**, 195-218.

1990

[94] *Una conversazione su: Fondamenti della Matematica e "Teoria base". L' esempio della teoria "7×2".* Seminari di Didattica 1988-89, 56-62, Quaderni del Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce 3.

[95] *Conversazioni di Matematica – Anni accademici 1988/90.* Quaderni del Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce 2.

[96] *Definizioni e congetture del giorno 2 maggio 1990.* Dattiloscritto, Pisa.

[97] *Free discontinuity problems in calculus of variations.* Proc. Israel Mathematical Union Annual Congress 1990.

[98] *Some conjectures on flow by mean curvature.* Methods of Real Analysis and Partial Differential Equations (Capri, 1990), M. L. Benevento, T. Bruno, C. Sbordone eds., 9-16, Liguori, Napoli (ristampa in Quaderni dell'Accademia Pontaniana 14, Napoli, 1992).

[99] *"5×7": a basic theory for the foundations of mathematics* (con M. Forti). Preprint Scuola Normale Superiore 74, Pisa.

[100] *Alcune congetture riguardanti l' evoluzione delle superfici secondo la curvatura media.* Dattiloscritto, 1990-91.

1991

[101] *Qualche riflessione sui rapporti tra matematica ed altri rami del sapere.* Convegno Internazionale "Conoscenza e Matematica" (Pavia, 1989), Lorenzo Magnani ed., 241-249, Marcos y Marcos, Milano.

[102] *Problemi con discontinuità libera.* Int. Symp. "Renato Caccioppoli" (Napoli, 1989), Ricerche Mat., suppl. **40**, 203-214.

[103] *Alcuni problemi variazionali della geometria.* Recent Developments in Mathematical Analysis and its Applications (Bari, 1990), 113-125, Confer. Sem. Mat. Univ. Bari, 237-244.

[104] *Some remarks on Γ-convergence and least squares method.* Composite Media and Homogeneization Theory (ICTP, Trieste, 1990), G. Dal Maso and G. F. Dell'Antonio eds., 135-142, Birkhäuser, Boston.

[105] *Riflessioni su alcuni problemi variazionali.* Dattiloscritto del testo della conferenza al convegno Equazioni Differenziali e Calcolo delle Variazioni (Pisa, 1991).

[106] *Free discontinuity problems in calculus of variations.* Frontiers in Pure and Applied Mathemathics, a collection of papers dedicated to J. L. Lions on the occasion of his 60^{th} birthday, R. Dautray ed., 55-62, North Holland, Amsterdam.

[107] *Varietà poliedrali di tipo Sobolev.* Dattiloscritto del testo della conferenza al Meeting on Calculus of Variations and Nonlinear Elasticity (Cortona, 1991).

[108] *Congetture sui limiti delle soluzioni di alcune equazioni paraboliche quasi lineari.* Nonlinear Analysis. A Tribute in Honour of Giovanni Prodi, 173-187, Quaderni della Scuola Normale Superiore, Pisa.

1992

[109] *Conjectures on limits of some quasilinear parabolic equations and flow by mean curvature.* Partial Differential Equations and Related Subjects, Proceedings of a Conference dedicated to L. Nirenberg (Trento, 1990), M. Miranda ed., 85-95, Pitman Res. Notes in Math. Ser. 269, Longman, Harlow.

[110] *Problemi variazionali con discontinuità libere.* Convegno Internazionale in Memoria di Vito Volterra (Roma, 1990), 133-150, Atti dei Convegni Lincei 92.

[111] *On the relaxation of functionals defined on cartesian manifolds.* Developments in Partial Differential Equations and Applications to Mathematical Physics (Ferrara, 1991), G. Buttazzo, G. P. Galdi, L. Zanghirati eds., 33-38, Plenum Press, New York.

[112] *Movimenti minimizzanti.* Aspetti e Problemi della Matematica Oggi (Lecce, 1992), Dipartimento di Matematica, Univ. Lecce.

[113] *Un progetto di teoria unitaria delle correnti, forme differenziali, varietà ambientate in spazi metrici, funzioni a variazione limitata.* Dattiloscritto, 1992-1993.

[114] *Funzionali del tipo di integrali di Weierstrass – Osservazioni di Ennio De Giorgi su alcune idee di De Cecco e Palmieri.* Dattiloscritto.

1993

[115] *Movimenti secondo la variazione.* Problemi Attuali dell' Analisi e della Fisica Matematica, Simposio internazionale in onore di G. Fichera per il suo 70^o compleanno (Taormina, 1992), P. E. Ricci ed., 65-70, Dipartimento di Matematica, Università "La Sapienza", Roma.

[116] *New problems on minimizing movements.* Boundary Value Problems for Partial Differential Equations and Applications, in honour of E. Magenes on the occasion of his 70^{th} birthday, C. Baiocchi & J. L. Lions eds., 81-98, Masson, Paris.

[117] *Congetture riguardanti barriere, superfici minime, movimenti secondo la curvatura.* Dattiloscritto, Lecce, 4 novembre 1993.

[118] *Congetture riguardanti barriere e sopramovimenti secondo la curvatura media.* Dattiloscritto, Pisa, 26 novembre 1993.

[119] *Recenti sviluppi nel calcolo delle variazioni.* Rend. Sem. Fac. Sci. Univ. Cagliari **63** (1993), 47-56.

[120] *Complementi ad alcune congetture riguardanti le barriere.* Dattiloscritto.

1994

[121] *Il valore sapienziale della matematica.* Lectio magistralis. Conferimento Laurea "Honoris Causa" in Filosofia a Ennio De Giorgi (Lecce, 1992), 19-28, Univ. Lecce, Fac. Lettere e Filosofia, Adriatica Editrice Salentina, Lecce.

[122] *New ideas in calculus of variations and geometric measure theory.* Motion by Mean Curvature and Related Topics (Trento, 1992), G. Buttazzo & A. Visintin eds., 63-69, de Gruyter, Berlin.

[123] *Sugli assiomi fondamentali della matematica.* Conferenza, Napoli, 3 marzo 1994.

[124] *Barriers, boundaries, motion of manifolds.* Conferenza al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pavia, 18 marzo 1994.

[125] *Barriere, frontiere, movimenti di varietà.* Dattiloscritto, Pavia, 19 e 26 marzo 1994.

[126] *Fundamental Principles of Mathematics.* Relazione alla Sessione Plenaria della Pontificia Accademia delle Scienze, 25-29 ottobre 1994.

[127] *Complementi tecnici alla relazione di Ennio De Giorgi,* Accademia Pontificia delle Scienze, 28 Ottobre 1994. Dattiloscritto.

[128] *Soluzioni di equazioni paraboliche convergenti verso movimenti di partizioni.* Convergence Theory (Dijon, 1994).

[129] *On the convergence of solutions of some evolution differential equations.* Set-Valued Anal. **2**, 175-182.

[130] *Un progetto di teoria delle correnti, forme differenziali e varietà non orientate in spazi metrici.* Variational Methods, Nonlinear Analysis and Differential Equations, in honour of J. P. Cecconi (Genova, 1993), M. Chicco, P. Oppezzi, T. Zolezzi eds., 67-71, ECIG, Genova.

[131] *Una proposta di teorie base dei Fondamenti della Matematica* (con M. Forti e G. Lenzi). Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl. **5**, 13-22.

[132] *Introduzione delle variabili nel quadro delle teorie base dei Fondamenti della Matematica* (con M. Forti e G. Lenzi). Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl. **5**, 117-128.

1995

[133] *New conjectures on flow by mean curvature.* Nonlinear Variational Problems and Partial Differential Equations (Isola d' Elba, 1990), A. Marino & M. K. V. Murthy eds., 120-128, Pitman Res. Notes in Math. Ser. 320, Longman, Harlow.

[134] *Su alcune generalizzazioni della nozione di perimetro.* Equazioni Differenziali e Calcolo delle Variazioni (Pisa, 1992), G. Buttazzo, A. Marino, M. V. K. Murthy eds., 237-250, Quaderni U. M. I. 39, Pitagora, Bologna.

[135] *Problema di Plateau generale e funzionali geodetici.* Nonlinear Analysis – Calculus of Variations (Perugia, 1993), Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **43**, 285-292.

[136] *Congetture sulla continuità delle soluzioni di equazioni lineari ellittiche autoaggiunte a coefficienti illimitati.* Dattiloscritto, Lecce, 4 gennaio 1995.

[137] *Congetture nel calcolo delle variazioni.* Dattiloscritto, Pisa, 19 gennaio 1995.

[138] *Riflessioni su matematica e sapienza.* Quaderni dell' Accademia Pontaniana 18, Napoli.

[139] *Calcolo dei predicati e concetti metateorici in una teoria base dei Fondamenti della Matematica* (con M. Forti, G. Lenzi e V. M. Tortorelli). Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl. **6**, 79-92.

1996

[140] *Movimenti di partizioni.* Variational Methods for Discontinuous Structures (Como, 1994), R. Serapioni & F. Tomarelli eds., 1-5, Birkhäuser, Basel.

[141] *La teoria '95. Una proposta di teoria aperta e non riduzionistica dei fondamenti della matematica* (con G. Lenzi). Rend. Accad. Naz. Sci. XL Mem. Mat. Appl. (5) **20**, 7-34.

[142] *Congetture riguardanti alcuni problemi di evoluzione.* A celebration of J. F. Nash Jr, Duke Math. J. **81**, 255-268.

[143] *Verso i sistemi assiomatici del 2000 in Matematica, Logica e Informatica* (con M. Forti e G. Lenzi). Preprint Scuola Normale Superiore, Pisa.

[144] *Verità e giudizi in una nuova prospettiva assiomatica.* Con-tratto, rivista di filosofia tomista e filosofia contemporanea, volume "Il fare della Scienza: i fondamenti e le palafitte", a cura di F. Barone, G. Basti, A. Testi, 233-252.

[145] *L' analisi matematica standard e non standard rivista in una nuova prospettiva scientifica e culturale.* Dattiloscritto, Lecce, giugno 1996.

Opere postume

[146] *Su alcuni problemi instabili legati alla teoria della visione.* Atti del convegno in onore di Carlo Ciliberto (Napoli, 1995), T. Bruno, P. Buonocore, L. Carbone, V. Esposito eds., 91-98, La Città del Sole, Napoli, 1997.

[147] *Dalla matematica e dalla logica alla sapienza* (con M. Forti). *Pensiero Scientifico, Fondamenti ed Epistemologia* (Ancona, 1996), a cura di A. Repola Boatto, 17-36, Quaderni di "Innovazione Scuola" 29, Ancona 1997.

[148] *Calcolo delle variazioni* (con G. Buttazzo e G. Dal Maso). Enciclopedia del Novecento. Istituto della Enciclopedia Italiana, Roma vol. XI, Suppl. II, 832–848.

[149] *Dal superamento del riduzionismo insiemistico alla ricerca di una più ampia e profonda comprensione tra matematici e studiosi di altre discipline scientifiche e umanistiche,* Atti Accad. Naz. Lincei Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. Rend. Lincei (9) Mat. Appl., 9, 71–80 (1998).

N.d.R.

Riteniamo utile riportare questa aggiunta (scritta per questo Quaderno) per cercare di rendere più completa la panoramica degli interessi di De Giorgi, che ha sempre auspicato la collaborazione di matematici di diversa estrazione, in particolare analisti e geometri.

2.2 (Addendum)

G. De Cecco, G. Palmieri

Spazi quasi–riemanniani e quasi–finsleriani

Nella seconda metà degli anni 80 stavamo occupandoci di questioni inerenti alle varietà di Lipschitz, varietà topologiche i cui cambiamenti di carte sono funzioni (localmente) lipschitziane. In particolare cercavamo una buona definizione di distanza intrinseca sulle varietà LIP.

Sollecitato da nostre domande, De Giorgi fece alcune proposte molto interessanti e formulò parecchie congetture (riportate in [90],[95],[103],[114]). Come al solito lasciava poi all' iniziativa autonoma il compito di sviluppare le idee esposte.

In [90] si propone, nel caso di aperti di $\mathbf{R}^n$, una definizione di distanza quasi–riemanniana e quasi–finsleriana. Fondamentale per individuarne il tipo è lo studio della funzione

$$\varphi(x,y) = \limsup_{t \to 0} \frac{\delta(x, x+ty)}{|t|}$$

che per quasi ogni x risulta una norma.

Sono poi formulate congetture "la cui soluzione, positiva o negativa — secondo De Giorgi — individuerebbe un quadro generale in cui inserire le ricerche sulla estensione alle varietà LIP dei risultati classici sulle varietà riemanniane o finsleriane".

In [95], insieme ad altre questioni sulle varietà analitiche e sui fondamenti della Matematica, si propone un'altra definizione di spazio metrico quasi–riemanniano (M, σ, g), uno spazio che abbia contemporaneamente una struttura *metrica* data da una distanza geodetica σ e una *riemanniana* data da una forma bilineare simmetrica g di tipo ellittico e tale che le due strutture verifichino quasi ovunque alcune condizioni di compatibilità. Le varietà riemanniane (M, g) sono anche quasi–riemanniane se σ è l' usuale distanza intrinseca indotta da g. Se (M, g) è una LIP varietà riemanniana, la distanza "integrale" proposta, equivalente a

$$\tilde{\delta}(x,y)^{-1} = \inf\{\|df\|_{L_\infty}; \quad f : M \to \mathbf{R} \quad LIP, f(x) = 0, f(y) = 1\}$$

coincide con quella geometrica introdotta dagli autori, utilizzando l'integrale di lunghezza [1].

In [103] è proposta una costruzione di distanza a partire da una funzione $\varphi : \mathbf{R^n} \times \mathbf{R^n} \longrightarrow \mathbf{R}$ tale che

$$\varphi(x,ty) = t\varphi(x,y) \quad t>0; \quad 0 < p|y| \leq \varphi(x,y) \leq q|y| < +\infty, \quad \forall y \in \mathbf{R^n}.$$

Allora l' insieme delle distanze δ su $\mathbf{R^n}$, equivalenti a quella euclidea e verificanti

$$(*) \qquad \limsup_{y\to x} \frac{\delta(x,y)}{\varphi(x,y-x)} \leq 1$$

è dotato di massimo, $\tilde{\delta}$. La misura di Hausdorff relativa a $\tilde{\delta}$ è legata a φ nel caso che nella (*) valga l' uguaglianza. Posto

$$det\varphi(x,.) = \mathcal{H}(\{y; |y| \leq 1\})/\mathcal{H}(\{y; \varphi(x,y) \leq 1\})$$

(essendo $\mathcal{H}$ la misura di Lebesgue) risulta

$$\mathcal{H}^n_{\tilde{\delta}}(E) = \int_E det\varphi(x,.)dx$$

dove l' integrale è quello superiore di Lebesgue.
Si osservi che se $\varphi(x,y) = \|(Ax)y\|$, dove A è una matrice quadrata, allora $det\varphi(x,.) = |detA|$.

De Giorgi aggiunge che, volendo estendere le precedenti considerazioni a spazi di tipo più generale, è desiderabile trovare una definizione più intrinseca di (*) che usi solo funzioni positive di due variabili senza far intervenire la topologia dello spazio ambiente. Risultati in questa direzione sono stati ottenuti anche da S. Venturini.

L' obiettivo, a lunga scadenza, è quello di fare calcolo delle variazioni su varietà LIP ed in particolare su poliedri [2].

In [114] l' ambiente diventa ancora più generale; si considerano infatti spazi metrici generalizzati (S,σ), dove S è un insieme e $\sigma : S \times S \to \bar{\mathbf{R}}^+$ è un'applicazione soggetta all'unica condizione $\sigma(x,x) = 0$. Generalizzazioni di spazi metrici sono stati considerati anche da Busemann, Menger, Carathéodory, Alexandrow e recentemente da Gromov.

[1] cfr. Math. Z. 207 (1991), 223-243; Math. Z. 218 (1995), 223-237.

[2] J. Eells, B. Fuglende, *Harmonic maps between Riemannian Polyhedra*, Cambridge Univ. Press, 2001.

2.3 Societé Mathématique de France e American Mathematical Society

J.L. Lions, F. Murat
"ENNIO DE GIORGI (1928–1996)",
Gazette des Mathématiciens, n.71, janvier 1997, 30 – 34.

Ennio De Giorgi est mort à Pise le 25 octobre 1996.

Né en 1928 à Lecce, ville du sud de l' Italie avec laquelle il conservera toujours de profondes attaches, il obtient la "laurea" (la maîtrise italienne) à Rome en 1950. Dès 1951, il y commence son travail de recherche à l' Institut pour les Applications du Calcul, dirigé par Mauro Picone, dont il devient l' un des assistants.

Difficile d' imaginer maître et élève plus différents. Le maître d' une grande rigueur vestimentaire, d' un classicisme parfait, l' élève d' une imprévisible fantaisie, toujours équipé d' un très étrange béret. Mais Picone, observateur averti des évolutions de la science sait reconnaître les talents: De Giorgi est classé "catégorie exceptionelle". L' assistant est libéré de toute contrainte et travaille à sa guise, à son rytme, paresseux et lent semble–t–il, en fait d' une redoutable efficacité.

Ce sont les problèmes du calcul des variations qui attirent d' abord son attention, à commencer par le problème des surfaces minima où il s' illustre dès 1954. Il a déjà des idées très originales en théorie de la mesure géométrique lorsqu'il écoute, à Rome, une conférence de Renato Caccioppoli. Malgré la très grande notoriété de Caccioppoli, De Giorgi n'hésite pas à intervenir à la fin de la conférence et à proposer des solutions alternatives. Selon Eduardo Vesentini, alors jeune chercheur comme De Giorgi, Caccioppoli reconnaît tout de suite le caractère exceptionnel de cette intervention.

"Exceptionnel" est le mot qui revient chez tous ceux qui ont eu l' occasion de rencontrer De Giorgi. Jugeons en par ses travaux.

Théorie des surfaces minima et théorie géométrique de la mesure.

Dès le début de son activité de recherche, De Giorgi s' intéresse aux problèmes de la théorie géométrique de la mesure. Il donne une définition rigoureuse du périmètre d' un ensemble borélien et applique cette notion à l' étude des surfaces minima en démontrant en particulier la version n–dimensionelle du théorème classique de Bernstein: si $n \leq 8$, les seuls graphes minimaux complets de $\mathbb{R}^n$ sont les hyperplans. En 1969, il prouve dans un article en collaboration avec E. Bombieri et E. Giusti que ce résultat est faux si $n \geq 9$.

Il retourne aux applications de la théorie géométrique de la mesure au calcul des variations dans les années 80: il introduit l'espace SBV des fonctions à variation bornée "spéciales", i.e. celles dont les dérivées au sens des distributions sont des mesures qui ne comportent qu'une partie absolument continue par rapport à la mesure de Lebesgue et une mesure de dimension $(n-1)$ concentrée sur les sauts de la fonction. Il utilise cet espace pour étudier des problèmes du calcul des variations "à discontinuité libre" (en ce sens que l'ensemble de discontinuité de la fonction n'est pas fixé a priori), comme les problèmes de segmentation d' images. En 1989 il démontre en collaboration avec M. Carriero et A. Leaci l' existence d' une fonction qui minimise dans SBV la fonctionnelle de Mumford et Shah.

Plus récemment, il élabore une théorie générale du mouvement d' une surface selon sa courbure moyenne, et propose toute une série de conjectures dans ce domaine. Il formule aussi un problème de Plateau général dans un espace métrique de dimension finie ou infinie.

Régularité des solutions des équations elliptiques.

En 1956 De Giorgi prouve que toute solution d' une équation elliptique scalaire du 2ème ordre sous forme divergence à coefficients bornés est Hölderienne. Ce théorème, connu sous le nom de "Théorème de De Giorgi", est le maillon décisif qui permet de résoudre le 19ème problème de Hilbert, c'est–à–dire de montrer que la fonction qui minimise une fonctionnelle intégrale convexe du calcul des variations est analytique si la fonctionnelle est analytique. Ce résultat et sa démonstration ont eu une influence considérable sur l' étude de la régularité des solutions des équations elliptiques.

En 1968 De Giorgi montre par un contre–exemple que ce résultat de régularité ne peut s' étendre aux systèmes.

Théorie générale des équations aux dérivées partielles.

En 1955, De Giorgi donne le premier exemple de non unicité pour le problème de Cauchy pour des équations aux dérivées partielles linéaires de type hyperbolique à coefficients réguliers. En 1971, il démontre, en collaboration avec L. Cattabriga, l' existence de solutions analytiques dans tout le plan pour des équations linéaires à coefficients constants avec un second membre analytique. En 1979, il prouve, en collaboration avec F. Colombini et S. Spagnolo, que le problème de Cauchy est bien posé dans les espaces de Gevrey pour des équations hyperboliques dont les coefficients ne sont pas réguliers par rapport au temps.

Γ–convergence.

En 1973, dans un article en collaboration avec S. Spagnolo, puis en 1975, dans un article en italien intitulé "Sur la convergence de suites d' intégrales du type des surfaces”, De Giorgi introduit une nouvelle notion de convergence de fonctionnelles, la Γ–convergence, qui va se révéler un outil extrêmement puissant et fécond pour étudier des suites de problèmes du calcul des variations. Plusieurs centaines de publications ont déjà utilisé cette notion dont l’intérèt est encore loin d’être épuisé.

Logique et fondements des mathématiques.

Outre ses travaux en analyse, De Giorgi s’intéresse à partir du milieu des années 80 à la logique et aux fondements des mathématiques, et élabore une théorie “auto–descriptive” qui tente de concilier les principes hiérarchiques essentiels de la théorie classique des ensembles et les capacités d’autoréférence des langages naturels.

La qualité exceptionnelle des idées et des travaux mathématiques de De Giorgi a été reconnue par de nombreux prix et distinctions tant italiens qu’ internationaux: il reçoit le Prix National du Président de la République Italienne en 1973, le doctorat Honoris Causa des Universités de Paris en 1983, le prix Wolf en 1990 .... Il est membre de l’ Accademia Nazionale dei Lincei, de l’ Académie Pontificale des Sciences, de l’ Accademia dei XL, de l’ Académie des Sciences de Turin, de l’ Institut Lombard des Sciences et des Lettres, de l’ Académie Ligure .... Plus récemment il est nommé membre étranger de l’ Académie des Sciences de Paris et de l’ Académie Nationale des Sciences des USA.

Après un an passé comme professeur à Messine, De Giorgi est nomme en 1959 professeur à l’ École Normale Supérieure de Pise. Pendant près de quarante ans, il y vit, y enseigne et y anime l’école mathématique qu’ il crée autour de lui. D’ humeur toujours égale, très facile d’accès, adorant les longues discussions avec ses élèves au cours desquelles il lance des idées originales et propose des conjectures, s’ interrompant parfois pour lire le journal avant de reprendre la discussion et de proposer de nouvelles conjectures ou d’ esquisser des pistes de démonstrations, il attire autour de lui de nombreux élèves, jeunes et moins jeunes, de l’ École Normale mais aussi de toute l’ Italie et même de l’ étranger. Célèbre dans le monde entier, son école a profondément influencé les mathématiques.

Ennio De Giorgi était un mathématicien d’ une créativité exceptionelle. Esprit original, profondément croyant et bon, il aimait faire partager ses réflexions sur les relations entre les Mathématiques et la Sagesse (au sens du livre de la Bible qu’ il citait souvent). Défenseur passionné des Droits de l’ Homme, il intervenait notamment à Amnesty International. Son souvenir restera vivant, à cause non seulement de ses oeuvres mathématiques, mais aussi de ses exceptionnelles qualités humaines qui ont marqué tous ceux qui ont eu la chance de le connaître.

N.d.R.
Questo articolo è stato pubblicato anche sulla rivista

*“**Matapli**”, **n.49, janvier 1997, 15–17**,*
e la sua traduzione in inglese è apparsa su
*“**Notices of the AMS**”, **october 1997, 1095–1096**, seguita dalla “Interview with Ennio De Giorgi” (M. Emmer) 1097–1101.*

2.4 Accademia dei Lincei

E. Bombieri
ENNIO DE GIORGI,
Rend. Suppl. Acc. Lincei – Serie IX – vol. VIII, 105–114 (1997)
Commemorazione tenuta nella seduta del 9 maggio 1997.

Signore, Signori, Illustri Colleghi,

Il ricordare gli amici scomparsi rappresenta una importante, seppure triste, pausa di riflessione. Da una parte, il ricordo rafforza il senso di vuoto che proviamo, dall' altra, fa rivivere la memoria di una figura a noi cara e ci fa meditare.

Quando si parla di Ennio De Giorgi balzano subito in mente due parole: scienziato e maestro. Ben raramente queste due caratteristiche, il ricercatore e creatore di nuove idee e il paziente maestro circondato dai suoi allievi, si trovano così ben fuse tra loro come sono state in Ennio De Giorgi.

La prima caratteristica si rivela in De Giorgi come una dote innata, completamente spontanea, che al suo primo sbocciare è già completa e affinata. Questa sua naturale abilità di matematico venne immediatamente notata da Mauro Picone, suo primo maestro, il quale ne parlò caldamente a Faedo come di una grande promessa e di un futuro genio matematico. In questo modo vennero gettate le basi per la sua chiamata alla Scuola Normale Superiore di Pisa, dove rimase per oltre trenta anni fino alla sua morte, avvenuta quando era ancora nel pieno della sua attività scientifica.

De Giorgi ha un posto assolutamente unico nel campo dell' analisi matematica, e con questo mi riferisco non solo alla matematica italiana ma alla matematica mondiale. Pertanto vorrei adesso ricordare alcune tappe salienti del pensiero di De Giorgi matematico, con l' intento di illustrare l' originalità, la profondità e l' importanza dei suoi contributi.

Il primo grandissimo risultato di De Giorgi apparve in una breve pubblicazione in una oscura raccolta di "Memorie dell' Accademia delle Scienze di Torino", intitolata: *Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari*. Dico oscura, poiché si trattava di una pubblicazione non periodica e di scarsa diffusione. Questo fece sì che il riconoscimento in campo internazionale di questo lavoro avvenne con un certo ritardo rispetto all' importanza del lavoro stesso.

Il problema ivi trattato è fondamentale e pertanto merita alcune parole di natura tecnica che servano ad inquadrarlo. Storicamente, i suoi primordi risalgono ad Eulero, Lagrange, Dirichlet, Riemann e fu posto su basi generali da Hilbert nel suo famoso discorso al Congresso Internazionale dei Matematici a Parigi nel 1900, nel quale propose 23 problemi rappresentativi della sua visione del futuro sviluppo della matematica nel XX secolo. Il problema in questione è il diciannovesimo problema di Hilbert. In breve, possiamo descriverlo come segue.

Immaginiamo di volere studiare lo stato di equilibrio di un sistema fisico governato da leggi semplici, per esempio la forma di una membrana elastica che ha come contorno un anello rigido di acciaio, non necessariamente circolare ma con un bordo curvo di forma abbastanza arbitraria. Usualmente, questo stato di equilibrio corrisponde ad uno stato di energia minima del sistema. In ogni punto, questa energia è data da

$$f\,(x, u, \nabla u)\,dx,$$

dove x è la posizione del punto, dx è l' elemento infinitesimale di volume, u è una funzione di x che descrive lo stato del sistema e ∇u, il gradiente di u, misura lo spostamento infinitesimale da uno stato ad un altro stato vicino. L' energia totale è l' integrale

$$\int f\,(x, u, \nabla u)\,dx,$$

e vogliamo minimizzare questo integrale quando u descrive tutti i possibili stati del nostro sistema fisico. La funzione f è di natura semplice, in molti casi analitica nelle sue variabili e soddisfacente ad una condizione di convessità rispetto al gradiente ∇u. La convessità normalmente risulta dalla struttura fisica del sistema e non è imposta come un artificio per semplificare la trattazione matematica del problema.

La questione posta da Hilbert era quella di verificare se le soluzioni di questo problema fossero anch' esse regolari e analitiche. Di nuovo, non si tratta di elucubrazioni astratte: il determinare se l' equilibrio di un sistema fisico è raggiunto senza discontinuità o rotture è chiaramente di importanza fondamentale.

La storia di questo problema è lunga e difficile. Il primo contributo di rilievo, risalente al 1904, è di Sergei Bernstein (un nome che riapparirà in futuro nelle ricerche di De Giorgi). Successivamente, una teoria di esistenza, unicità e regolarità delle soluzioni venne sviluppata da numerosi autori, tra i quali ricorderò Leray e Schauder. Questa teoria si applica bene qualora si disponga di una opportuna informazione iniziale sulle soluzioni del problema, supponendo che esista una soluzione. In termini tecnici, occorrono quello che i matematici chiamano maggiorazioni *a priori*, nome che deriva dal fatto che queste maggiorazioni sono ottenute ammettendo *a priori* l' esistenza della soluzione. Ad esempio, dire che la soluzione deve avere energia finita è una maggiorazione *a priori*. In alcuni casi, come quello di condizioni al bordo favorevoli, il metodo delle barriere di Bernstein permette di ricavare maggiorazioni *a priori* utili. In generale, ottenere le maggiorazioni *a priori* necessarie è un problema difficile che dipende notevolmente dalla struttura dell' equazione. Così mentre la teoria di Leray e Schauder risale agli anni intorno al 1930, occorre attendere fino al 1951 prima che Ladyzenskaya e indipendentemente il nostro Caccioppoli ottengano le stime *a priori* richieste per equazioni lineari del secondo ordine. Il caso non–lineare, ben di maggiore importanza, rimase completamente bloccato alla dimensione 2 e la soluzione generale del problema di Hilbert, già nel caso di dimensione 3 corrispondente al nostro universo fisico, restava lontana. Chiaramente, occorrevano nuove idee.

Nel 1957 apparve il breve e fondamentale lavoro di De Giorgi che apriva una nuova ed impensata via per ottenere la maggiorazione *a priori* necessaria per studiare il problema di Hilbert nel caso di una sola equazione, per qualunque dimensione, ottenendo una risposta affermativa al problema. Restava ancora aperto il caso di un sistema di equazioni, ed ancora De Giorgi produsse circa dieci anni dopo un cruciale esempio che condusse alla costruzione di un sistema variazionale regolare nel senso di Hilbert, ma avente una soluzione discontinua. Quindi il problema generale di Hilbert ha risposta affermativa nel caso di una equazione, ma ha risposta negativa nel caso di sistemi di equazioni.

Una volta chiesi a De Giorgi come fosse arrivato alla sua idea per risolvere questo problema. Mi rispose allora come in realtà tutto fosse una conseguenza indiretta di un altro problema, assai più difficile, che stava studiando in quel momento, cioè quello degli isoperimetri in più dimensioni, e cominciò a spiegarmi le connessioni tra i due problemi. Mi resi allora conto che De Giorgi letteralmente vedeva queste funzioni di più variabili come oggetti geometrici nello spazio. Durante la sua spiegazione si aiutava con il movimento delle mani, come se toccasse una invisibile superficie e indicando dove faceva le sue operazioni e trasformazioni, tagliando e spostando invisibili masse da una parte all' altra, appianando e riempiendo i picchi e valli di questa superficie. Nel caso specifico, si trattava di prendere le curve di livello della superficie soluzione del problema e applicare i suoi risultati sugli isoperimetri. Era per me un modo inaspettato di fare l' analisi, una materia che usualmente richiede stime di natura assai fine che il matematico normale vede più facilmente attraverso le formule che attraverso la geometria. Forse l' unico altro matematico che ho conosciuto con un intuito geometrico simile a quello di De Giorgi è Luis Caffarelli, del quale De Giorgi era amico e aveva profonda stima.

In un certo senso, per Ennio le formule erano un ingombro inutile e più di una volta, discutendo alla lavagna un problema difficile, quando s' infervorava lo vidi scrivere formule errate mentre la descrizione verbale di quanto stesse facendo era chiarissima e perfettamente adeguata alla situazione. Ma questo è il marchio del genio, il poter considerare puro dettaglio ciò che per l' uomo comune sembra essere assolutamente essenziale. Questo modo di pensare alla matematica era per De Giorgi una seconda natura, una dote innata.

Nonostante questo suo talento, Ennio rimase sempre una persona modesta, mai sfiorata dalla vanità. Se lo studente, il professore, il collega non riusciva a seguire il suo pensiero egli si scusava, come se fosse venuto a mancare ai suoi doveri di maestro, e pazientemente riprendeva il filo del discorso ripartendo da un livello più basso. Mai ho avuto modo di osservarlo farsi prendere dall' impazienza o fare sfoggio della sua abilità di matematico per fare colpo sul pubblico. Questa sua caratteristica, dote assai rara tra i grandi scienziati, lo rendeva avvicinabile agli studenti, e nessuno si sentiva intimidito con lui.

A questo proposito, vorrei ricordare il mio primo incontro ed alcune fasi della mia collaborazione con Ennio. Eravamo alla primavera del 1968 ed io ero professore straordinario, cioè di prima nomina, all' Università di Pisa. Uno dei miei colleghi, Guido Stampacchia, mi incoraggiava ad imparare nuove cose in analisi matematica, in particolare nel settore delle equazioni a derivate parziali ellittiche, e passavamo spesso le ore del pomeriggio nell' Istituto Matematico in Via Derna a discutere i suoi problemi. A quel tempo, De Giorgi aveva sviluppato uno dei più profondi capitoli del calcolo delle variazioni, la teoria delle frontiere orientate di misura minima, cioè le ipersuperficie di area minima considerate come bordo di insiemi nello spazio euclideo. Qui il problema centrale aperto era quello della regolarità delle soluzioni. Un giorno, Stampacchia mi informò che De Giorgi e Mario Miranda erano finalmente riusciti a dimostrare l' analiticità delle ipersuperficie di area minima in forma cartesiana, usando profondi teoremi di compattezza e un delicato procedimento per assurdo. A quel tempo, io non sapevo nemmeno cosa fosse l' equazione delle ipersuperficie di area minima e Stampacchia pazientemente me lo spiegò. Ci pensai su per alcuni giorni ed infine tornai da Stampacchia con una idea di come risolvere il problema della regolarità. Ovviamente, mi sbagliavo e Stampacchia con molto garbo mi spiegò che non avevo capito nulla, il problema non era quello di ottenere la regolarità hölderiana delle soluzioni, bensì la regolarità lipschitziana, ben più difficile da ottenere, e concluse consigliandomi di parlarne a De Giorgi.

In questo modo incontro Ennio, in un' aula dell' Istituto, immerso in una discussione con Mario Miranda, allora suo assistente e collaboratore. Provo a spiegare ad Ennio cosa ho in mente. Ennio mi sta ad ascoltare e alla fine mi dice che sì, è interessante ma ci ha già provato e il metodo non funziona poiché l' intersezione di una superficie minima con una sfera non è connessa e qui c' è una difficoltà fondamentale. La sua argomentazione è pacata ed è chiarissima. Io cerco di giustificarmi della brutta figura fatta e dico che sì, è verissimo, ma nel nostro caso dobbiamo intersecare con un cilindro e l' intersezione è automaticamente connessa poiché stiamo lavorando con il grafico di una funzione, quello che occorre è una disuguaglianza di Poincaré. Rivedendo questo momento a distanza di anni, mi rendo conto come qualunque altro matematico avrebbe scrollato le spalle, mi avrebbe detto che era già impegnato in una discussione, che era contento di avermi incontrato e mi avrebbe congedato. Invece Ennio sta ancora a sentire, ci pensa su qualche minuto poi dice: *Sì, si può fare*. Spiega a Mario come si fa. Io sto a sentire, non ci capisco nulla, è come essere improvvisamente elevati ad altezze mai prima raggiunte. Alla fine il nuovo metodo ha dei vantaggi, il risultato da qualitativo diventa quantitativo e così generosamente finisco come terzo collaboratore, con Ennio e Mario in questo lavoro.

Dopo questo primo incontro ci vedemmo spesso, nel suo studio alla Scuola Normale o all' Università, ed anche a casa mia per una cena ed un bridge, che giocava con passione ma con uno stile personale, a metà tra la briscola e il tressette. Proprio da una di queste serate di bridge nacque la nostra seconda collaborazione. Alla fine della serata Ennio era in vena di chiacchierare e s' intrattenne più a lungo, parlando di matematica. Come regola, De Giorgi passava poco tempo in biblioteca e preferiva pensare per conto proprio sui problemi che lo interessavano, ritenendo (giustamente nel suo caso) che in questo modo gli fosse più facile mantenere un approccio originale. A quel tempo De Giorgi aveva sentito parlare dell' importante lavoro di James Simons sulla instabilità dei coni minimi di dimensione al più 6. Una delle conseguenze del lavoro di Simons era l' analiticità delle superficie minime non cartesiane nelle stesse dimensioni. Questo problema dell' analiticità stava molto a cuore a De Giorgi. Così, Ennio all' improvviso mi chiede se ho letto il lavoro di Simons. Gli rispondo di sì. Ennio ne vuole sapere di più e mi chiede altri particolari, in special modo la descrizione del cono stazionario costruito da Simons in dimensione 7 e se fosse difficile da capire. Rispondo che l' esempio è semplicissimo, si tratta del cono fatto sul prodotto di due sfere di dimensione 3 e di uguale raggio, e gli chiedo se si può dimostrare che una ipersuperficie minima con lo stesso bordo il cono è anch' essa invariante per il gruppo di simmetrie del bordo stesso. Ennio ci pensa su qualche minuto, poi si illumina, mi dice che è vero, il motivo è che si tratta di un gruppo continuo. È evidente che Ennio ha capito all' istante il motivo vero della mia domanda, non occorrono ulteriori spiegazioni. A questo punto tutto è chiaro: integrando rispetto al gruppo di simmetrie si fanno sparire 6 dimensioni, ne resta solo una, ciò vuol dire una equazione differenziale ordinaria del secondo ordine, certamente molto complicata ma forse studiabile. Alle sei del mattino abbiamo un ragionavole sistema di due equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Decidiamo di smettere ed accompagno Ennio all' Hotel Duomo, dove allora alloggiava, per un meritato riposo. Arrivati all' albergo gli dico scherzando: "Ci vediamo alle otto e mezzo all' Istituto in Via Derna!". Lui mi coglie di sorpresa e mi risponde: "Va bene!". Alle otto e mezzo sono in Via Derna, ed Ennio è lì che aspetta. Cominciamo a studiare il sistema, l' inizio è buono, le singolarità sono di tipo ordinario e si intravede il motivo della transizione da instabilità a stabilità quando si passa da 6 a 7 dimensioni. Alle dieci arriva Enrico Giusti che si unisce alle nostre forze e due giorni dopo il cono estremale di Simons diventa il primo esempio di ipersuperficie minima con una singolarità.

Ennio non si ferma, ci spiega che il passo successivo è la costruzione di una soluzione non lineare intera dell' equazione delle superficie minime in forma cartesiana. Il primo caso dove questo può avvenire è in dimensione 8, con una soluzione avente come limite all' infinito il cilindro sul cono minimo appena trovato. È quello che Ennio chiama l' anti–Bernstein. Al contrario, ogni soluzione intera è lineare in dimensione al più 7, come scoperto da Bernstein in dimensione 2, dallo stesso De Giorgi in dimensione 3, e da Simons per le dimensioni successive fino a 7. È sabato, siamo stanchi e decidiamo di concederci un giorno di riposo. Ennio tuttavia è infaticabile. La domenica mi telefona dal rifugio sulle Alpi Apuane dove era andato per una escursione. Mi spiega che tutto si può fare con il metodo delle barriere, occorrono una sottosoluzione ed una soprasoluzione, una minore dell' altra ed ambedue asintotiche al cilindro costruito sul cono di Simons. Se si riesce a fare questo, l' esistenza dell' anti–Bernstein segue dai teoremi di compattezza di De Giorgi e Miranda sulle ipersuperficie minime. Il lunedì si comincia, la sottosoluzione capitola quasi all' istante. C' è un buon candidato per la supersoluzione, funziona bene quasi dappertutto ma va aggiustata in certe zone speciali. Inizia la vera battaglia. Dopo una settimana, innumerevoli lavagnate di calcoli complicati e di verifiche e dopo un assalto finale con De Giorgi alla testa, la soprasoluzione si arrende e l'anti–Bernstein diventa realtà.

Un anno dopo Ennio, commentando amichevolmente questa collaborazione mi disse che sì, era stato un momento bellissimo ma si rammaricava che forse avremmo dovuto impiegarci due anni per farlo, risolvendo ed assaporando il problema passo per passo, centellinandolo come un buon vino.

Negli anni successivi a questi lavori De Giorgi si dedicò moltissimo ai suoi studenti e collaboratori, dando origine ad una fiorente scuola nel campo del calcolo delle variazioni, e più precisamente la teoria degli insiemi di perimetro finito e le superficie di curvtura media costante o assegnata.

De Giorgi è sempre stato estremamente generoso ed onesto con le sue idee, come so bene per esperienza personale. In un lavoro di Enrico Giusti e mio sulla disuguaglianza di Harnack sulle superficie minime, era cruciale ottenere una disuguaglianza di Poincaré per l' intersezione di una ipersuperficie minima con una sfera. Questo era l' ostacolo già emerso a suo tempo quando studiavamo la regolarità delle ipersuperficie minime in forma cartesiana. Come avevo appreso da De Giorgi nella nostra precedente collaborazione, questa disuguaglianza non era vera nella sua forma classica, tuttavia c' era qualche speranza di ottenere un risultato più debole ma ancora sufficiente per le applicazioni. Qui De Giorgi intervenne, con un elegante e profondo argomento per contraddizione, trovando la formulazione precisa del risultato e completando la dimostrazione. Avendo allora richiesto a De Giorgi di diventare coautore del lavoro, dato che il suo contributo era assolutamente essenziale, egli si rifiutò insistendo che era solamente necessario dargli credito nel lavoro per quella parte che aveva svolto, lui aveva soltanto messo il tocco finale. Negli anni successivi De Giorgi si interessò a problemi ancora più delicati del calcolo delle variazioni, quali problemi di regolarità quasi ovunque, problemi con ostacoli e più generalmente problemi con frontiera libera, nei quali il dato al bordo diventa una incognita che deve soddisfare ad equazioni supplementari. Forse ispirato dalle tecniche di compattezza con le quali aveva ottenuto grande successo nei problemi isoperimetrici, De Giorgi cominciò a studiare quali potessero essere i punti limite di funzionali e di soluzioni dei funzionali stessi, in opportune topologie. Qui il suo punto di vista era completamente nuovo, nel senso che la topologia era determinata dal comportamento delle soluzioni più che dal funzionale stesso. Da qui nacque un nuovo filone originalissimo di lavori, suoi e della sua scuola, su quello che è chiamata la G–convergenza e Γ–convergenza. Questi concetti hanno dato luogo ad una teoria estremamente generale che ancora oggi è ben lungi dall' essere esaurita e che è oggetto di studio da parte di molti matematici.

Per il complesso di questi fondamentali contributi al calcolo delle variazioni e alla teoria delle equazioni ellittiche non lineari, De Giorgi ricevette il Wolf Prize per la Matematica, uno dei più importanti riconoscimenti nel campo delle scienze e delle arti e paragonabile per importanza al premio Nobel.

Questo a cui ho accennato è solamente una parte dei suoi lavori in analisi matematica. Un altro interessantissimo contributo di De Giorgi, ed infatti uno dei suoi primissimi lavori, fu la costruzione di un esempio di non unicità per il problema di Cauchy per equazioni differenziali a derivate parziali. Vanno inoltre ricordate le sue ricerche con Cattabriga sulle soluzioni analitiche in tutto lo spazio euclideo di equazioni differenziali a derivate parziali a coefficienti costanti e con termine noto analitico reale, ed i suoi lavori e le sue idee sulla omogeneizzazione, fondamentali per il successivo sviluppo della Γ–convergenza.

Negli ultimi anni De Giorgi aveva rivolto la sua attenzione a questioni di logica matematica. Di nuovo, il suo punto di vista era estremamente originale e motivato da un profondo desiderio di avere una matematica pienamente consona a descrivere il mondo reale, più di quanto una impostazione assiomatica di tipo bourbakistico riesca a fare. Per comprendere la visione della logica di De Giorgi occorre anzitutto avere una idea della sua visione del mondo.

A questo proposito ebbi occasione di incontrare De Giorgi nel marzo 1994 in un convegno della Fondazione IBM Italia tenuto a Napoli, sul tema: "La matematica per una nuova industria". Confesso che all' inizio il titolo della conferenza di De Giorgi, "Gli assiomi fondamentali della matematica", mi lasciò perplesso. Cosa possono avere a che fare con l' industria, o la nuova industria, gli assiomi e i fondamenti della matematica? Dopo tutto, la matematica nell' industria è sempre legata allo studio di modelli, sia che trattino di automobili, di lattine di birra, di computers o di economia globale. Dopo avere ascoltato la conferenza di De Giorgi e la sua appassionata presentazione, mi resi conto che mi sbagliavo. Cito dall' introduzione di De Giorgi:

> *In particolare vorrei discutere l' idea che la scelta degli assiomi fondamentali della matematica non è un problema puramente tecnico che interessa solo gli specialisti della logica matematica, anche se può presentare aspetti tecnici di grande complessità — basta pensare alla difficile dimostrazione dell' indipendenza dell' ipotesi del*

> *continuo [dagli assiomi di Zermelo e Fraenkel per la teoria degli insiemi].*

De Giorgi continua:

> *Io credo che il problema degli assiomi sia anche un problema culturale a cui dovrebbero essere interessati tutti gli studiosi di discipline scientifiche e umanistiche che si rendono conto dell' importanza delle relazioni che collegano la matematica agli altri rami del sapere. Probabilmente questo collegamento è molto più profondo e complesso di quanto generalmente si crede, per esempio penso che la matematica non serva tanto all' ingegnere, al fisico, all' economista come strumento per risolvere determinati problemi, ma serva piuttosto come quadro ideale fuori dal quale non sarebbe nemmeno possibile impostare bene molte questioni di ingegneria, fisica, economia ecc.*

Nella visione di De Giorgi la matematica ha due caratteristiche parzialmente contraddittorie: l' una, quella di essere largamente influenzata da problemi suggeriti dalla fisica, dall' ingegneria e dal altri campi del sapere (si pensi agli inizi di De Giorgi, proprio nel calcolo delle variazioni), l' altra, fondamentale ma in un certo senso pericolosa, quella di essere una scienza autoreferenziale, cioè in grado di studiare se stessa. Ho parlato appunto di caratteristica pericolosa, in quanto può facilmente condurre ad un bizantinismo sterile, ad un *ludus matematicus* di complessità sempre più elevata e di interesse sempre più minore. Come conciliare queste due caratteristiche? Limitarsi alla prima caratteristica ha i suoi difetti. Restando solamente nel quadro della matematica utile, parafrasando il detto di Santayana sulla storia, saremmo condannati a ripetere le stesse cose in continuazione senza nemmeno rendercene conto. Infatti, l' equazione che Laplace incontrò nei suoi studi sugli anelli di Saturno cosa può avere a che fare con l' equazione di Laplace discreta per un grafo che rappresenta una rete telefonica? Dal punto di vista della matematica utile, si tratta di due cose completamente distinte. Invece, per il matematico teorico si tratta di due aspetti della stessa fondamentale equazione caratterizzante uno stato di minima energia, applicati a due situazioni fisicamente completamente diverse.

Per De Giorgi la soluzione ottimale, di schietto sapore umanistico, per sciogliere questa alternativa consiste nella ricerca di un equilibrio tra il rigore proveniente dall' adozione di un sistema rigido di assiomi fondamentali e la flessibilità che consegue dall' ammettere sulla scena assiomi in apparenza ridondanti. Un esempio rivelatore viene dato dallo stesso De Giorgi quando parla del concetto di operazioni, dicendo: *possono esistere operazioni diverse che agiscono sugli stessi oggetti e danno gli stessi risultati*, dando come esempio computers e macchine calcolatrici che fanno somme di interi con identici risultati, pur operando internamente in modo diverso. Questo punto di vista è assai originale, dato che al limite porta al rifiuto del concetto di isomorfismo quale grande strumento universale per identificare oggetti. Gli oggetti studiati da De Giorgi sono più complessi di quelli usuali che il matematico è abituato a studiare, in quanto essi comportano un ulteriore concetto di *qualità* che li distingue *internamente* l' uno dall' altro anche se interagiscono allo stesso modo con altri oggetti.

Al momento della sua scomparsa, De Giorgi stava lavorando attivamente con numerosi collaboratori su un nuovo sistema di concetti di base e di assiomi per i fondamenti della matematica, più ampio del classico sistema di Zermelo e Fraenkel e con caratteristiche proprie. Per De Giorgi le caratteristiche di un buon sistema di assiomi riguardano l' impostazione che dobbiamo dare alla ricerca matematica, al confronto tra matematica ed altre forme del sapere, all' insegnamento della matematica, e deve anzitutto ispirare, nelle parole di De Giorgi, *l' amore della sapienza*.

Proprio in queste parole si rivela l' essenza del pensiero e dell' uomo De Giorgi, che era profondamente religioso. Per De Giorgi, carità, fede, speranza non sono concetti astratti descriventi complicati stati d' animo o certe azioni, sono invece realtà effettive. La carità è una *moneta di scambio*, come soleva dire parafrasando il motto del Vangelo *date e vi sarà dato*.

In tutta la sua vita De Giorgi ha generosamente dato. Le sue idee sono sempre state come l' acqua di una sorgente montana, fresche e pure. Quello che gli stava più a cuore era la conoscenza e l' avanzamento della matematica, e le sue idee hanno plasmato una generazione di matematici italiani. Ma egli ha anche dato la sua opera fattiva, anche al di fuori della ricerca, in aiuto di chi aveva bisogno. In campo didattico, ha contribuito a programmi di insegnamento di matematica nei paesi del terzo mondo. Ricordiamo inoltre i suoi interventi a favore del matematico Pliusc, di Massera, delle iniziative di Amnesty International ed in appoggio dei Diritti dell' Uomo.

De Giorgi viveva in maniera semplicissima, tra la sua stanzetta al Collegio Timpano e il suo studio alla Scuola Normale. Non aveva automobile, non vestiva in modo ricercato. Ma De Giorgi era ricco, avendo ricevuto il dono della Sapienza, che ha poi condiviso e distribuito a piene mani a tutti i suoi numerosissimi allievi e collaboratori, durante tutta la sua feconda vita.

2.5 Accademia Pontaniana

C. Sbordone
RICORDO DI ENNIO DE GIORGI,
Atti della Accademia Pontaniana, nuova serie – volume XLV, anno accademico 1996, Giannini Editore, Napoli 1997, 394–395.
Seduta commemorativa del 28 novembre 1996

Nella seduta dell' Accademia dei Lincei del 14 aprile 1956 a Roma, quando il professor Mauro Picone presentò l'articolo "Sull' analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari" del giovane matematico leccese Ennio De Giorgi, i presenti realizzarono subito di trovarsi dinanzi ad un teorema che avrebbe fatto epoca, di quelli che raramente i migliori matematici riescono a dimostrare.

Il risultato era atteso sin dal 1900, allorché, al Congresso Internazionale dei Matematici tenutosi a Parigi, il grande Hilbert ne aveva inserito l' enunciato in un elenco di problemi da risolvere, di grande interesse per la scienza, ma nessuno era riuscito prima a trovare la strada giusta verso la soluzione. L' originalità di De Giorgi aveva già colpito l' ambiente matematico, per alcuni suoi precedenti lavori scritti sotto l' influenza di un altro genio meridionale, Renato Caccioppoli, da lui frequentato qui a Napoli, per oltre un mese nel lontano 1953.

Ennio De Giorgi, professore ordinario di Analisi Matematica presso la Scuola Normale Superiore di Pisa si è spento il 25 ottobre scorso a Pisa. Era nato a Lecce l' 8 febbraio 1928.

Il suo legame con Napoli non si riduce al breve sodalizio con Caccioppoli, delle cui teorie viene considerato il vero continuatore. Frequenti le sue visite a Napoli su invito di Carlo Miranda, Federico Cafiero e Carlo Ciliberto e di altri più giovani analisti. Fu proprio in collaborazione con l' Avvocato Gerardo Marotta che nel 1987 egli volle organizzare un ricordo di Renato Caccioppoli a Pisa presso la Scuola Normale.

L' ultima visita a Napoli, lo scorso dicembre al "Congresso degli Scienziati a Napoli (1845–1995)": la sua conferenza generale nella quale egli lanciò l'idea di un atteggiamento conviviale (più che interdisciplinare) da tenere costantemente nell' operare scientifico, incontrò grande successo.

Membro delle più prestigiose accademie del mondo, quali l' Acádemie des Sciences de Paris, the National Academy of Science degli Stati Uniti, l' Accademia Pontificia delle Scienze e l' Accademia dei Lincei, ha ricevuto vari riconoscimenti internazionali quale il premio Wolf dello Stato di Israele e la laurea honoris causa in Filosofia alla Sorbonne.

Recentemente la nostra Accademia, di cui egli era socio non residente dal 1986 ha pubblicato un Quaderno contenente le sue "Riflessioni su Matematica e Sapienza" che ancora più oggi, dopo la sua scomparsa costituiscono un vero e proprio messaggio.

2.6 Accademia Ligure

J. P. Cecconi
ENNIO DE GIORGI.
Atti dell'Acc. Ligure di Scienze e Lettere, Serie V, LIV (1997), 63–67
Seduta commemorativa 27 marzo 1997

Il giorno 25 ottobre veniva a mancare prematuramente Ennio De Giorgi lasciando in grande cordoglio la comunità dei matematici italiani.

Egli era stato uno dei più insigni matematici di questa seconda metà del secolo; i contributi che Egli aveva dato alla scienza che amava costituiscono infatti una pietra miliare nella storia di questa come testimoniano i numerosi riconoscimenti a Lui venuti dalle più prestigiose associazioni scientifiche. Egli era infatti membro dell' Accademia dei Lincei, dell' Accademia Pontificia delle Scienze, socio straniero dell' Accademia di Francia e dell' Accademia delle Scienze degli Stati Uniti d' America oltre membro di numerose Accademie italiane fra le quali la nostra, quella delle Scienze di Torino, l' Accademia dei 40 ed altre. A Lui erano state tributate onoranze da parte dei più alti Istituti scientifici quali il conferimento della Laurea honoris causa della Università di Parigi e il premio Wolf per la matematica da parte dello Stato di Israele.

Ma oltre alla sua figura di grande Scienziato mi piace ricordare anche le grandi doti di umanità che avevano contraddistinto la Sua vita e la Sua cultura e che emergevano fra l' altro nella grande solidarietà che Egli mostrava per ogni essere umano in difficoltà come i poveri e i perseguitati per motivi di opinione di ogni paese per i quali si era impegnato in campagne di difesa dei diritti umani.

Un cenno deve anche essere rivolto ai numerosi scritti sul valore della Scienza e sul rapporto di questa con la Sapienza intesa nel modo degli scritti biblici e dei filosofi greci.

In uno di questi De Giorgi osservava che i vari paradossi che si incontrano nel campo della Logica e della Matematica

> *sono conferme del fatto che comunque sia delimitato il concetto di scientificità, comunque venga limitato il campo metodologico in cui si muovono le scienze, se non si vuole cadere in contraddizione si deve ammettere che qualcosa resti fuori da tali limitazioni*

e aggiungeva

> *tutto questo mi porta a credere che il lavoro scientifico condotto seriamente non solo non allontana da quel sentimento che gli antichi chiamavano amore per la Sapienza ma aiuta anche a capire l'importanza di quel sentimento anche se resta la difficoltà di definire la Sapienza*.

Tutto questo portava De Giorgi a ritenere la Sapienza come sintesi fra Scienza e Bontà d'intenti, ciò che per Lui, profondamente cristiano, significava una sintesi fra Fede e Scienza.

*

Ennio De Giorgi era nato a Lecce l' 8 febbraio 1928; qui aveva effettuato gli studi secondari prima di trasferirsi a Roma per seguire il corso di Laurea in Matematica. Qui le Sue eccezionali doti scientifiche si erano manifestate fin dal primo anno in cui aveva ricostruito da solo i punti fondamentali della teoria dell' integrazione.

Nelle Sue ricerche si dedicò sempre allo studio di problemi che costituivano punti nodali per lo sviluppo delle teorie considerate, fabbricando per questo gli strumenti più idonei e arrivando a risultati di carattere definitivo che in genere potevano essere espressi nei termini più semplici.

Nel 1958 si impose all' attenzione del mondo matematico internazionale portando a soluzione il così detto 19^o Problema di Hilbert concernente le analiticità delle soluzioni di problemi regolari del Calcolo delle variazioni. Tale problema formulato dal sommo matematico Hilbert agli inizi del secolo era stato affrontato dai più grandi matematici ma era rimasto aperto fino a che De Giorgi, dimostrando la regolarità hölderiana delle soluzioni delle equazioni lineari ellittiche a coefficienti misurabili e limitati, pervenne a dare una risposta positiva a questo problema.

Lo studio di queste equazioni aprì un importante filone di ricerca al quale dettero contributi molti matematici italiani e stranieri.

Poco dopo, nel 1961, Egli portò contributi di carattere fondamentale alla teoria della così detta integrazione geometrica introducendo e studiando profondamente la nozione di perimetro e di frontiera ridotta di un insieme (da Lui detto di Caccioppoli) che Gli permisero di dare una risposta definitiva allo studio del così detto Problema di Plateau e successivamente, in collaborazione con altri matematici, a varie questioni ad esso collegate come la validità in $\mathbb{R}^n$ di un teorema dato da Bernstein per il caso di $\mathbb{R}^2$ per le superficie di area minima stabilendo anche i limiti dimensionali per la validità di questo. In quegli stessi anni De Giorgi provò, con un esempio, il rimarchevole fatto che il Suo risultato sulla locale hölderianità delle soluzioni delle equazioni lineari ellittiche a coefficienti misurabili non seguitava a sussistere per sistemi di equazioni lineari ellittiche a coefficienti misurabili, aprendo in tal modo un nuovo campo di ricerca concernente la piccolezza degli insiemi singolari (rispetto alla hölderianità) per gli stessi sistemi e per i sistemi di equazioni ellittiche non lineari.

Successivamente De Giorgi cominciò ad interessarsi di un tipo di convergenza di una certa classe di operatori ellittici che fornisce un modello matematico per lo studio di una serie di questioni di interesse fisico concernenti il così detto passaggio dallo schema microscopico allo schema macroscopico in problemi di meccanica e di elettrologia. In connessione con questo tipo di converenza, da Lui detta G–convergenza di operatori, De Giorgi fu portato ad introdurre un nuovo tipo di convergenza per funzioni a valori in $\bar{\mathbb{R}}$, da lui detta Γ–convergenza, che fra l'altro si è rivelato di grandissima importanza per lo studio di molti problemi concernenti funzionali integrali e in particolare funzionali del Calcolo delle variazioni. Lo studio di tale convergenza, che in particolare include la teoria della rilassazione, quella della omogeneizzazione e dalla quale è possibile dedurre la stessa teoria della G–convergenza, ha dato origine a una larga serie di ricerche da parte di matematici italiani e stranieri; fra queste ricerche mi pare doveroso ricordare quelle sulla rappresentazione del Γ–limite di funzionali.

Di passaggio c'è da dire che nel caso si tratti di funzionali quadratici c' è uno stretto legame fra il Γ–limite degli stessi e il G–limite delle equazioni di Eulero ad essi associate. In seguito De Giorgi si è dedicato allo studio di un nuovo tipo di funzionali che intervengono nello studio di problemi di libera discontinuità in teoria dell' informazione e in vari campi della fisica matematica. Anche in questo campo De Giorgi ha ottenuto risultati di carattere definitivo relativamente al caso bi–dimensionale del problema della segmentazione dell' immagine connesso con la teoria dei cristalli liquidi introducendo una formulazione debole dello stesso mediante l' introduzione di una famiglia di funzioni a variazione limitata che ha permesso di dare risposta positiva a varie congetture avanzate da matematici stranieri e di pervenire a significativi approfondimenti nello studio dello stesso problema e di altri più generali.

Negli ultimi anni De Giorgi aveva cominciato ad interessarsi di tutta una serie di problemi da Lui introdotti allo scopo di estendere, approfondire e, come sperava, unificare molte recenti ricerche in vari settori della matematica in cui si incontrano geometria differenziale, teoria della misura, calcolo delle variazioni e teoria delle equazioni a derivate parziali formulando su questi tutta una serie di congetture. Fra queste vorrei ricordare quelle relative allo studio del moto secondo curvatura media di insiemi e funzioni ed il loro collegamento con la teoria asintotica delle equazioni parboliche non lineari.

Oltre alle importanti ricerche nel campo della Analisi Funzionale cui abbiamo fatto cenno e a varie altre cui non è stato possibile accennare in questa breve rassegna, De Giorgi nell' ultimo decennio della Sua vita, cioè a partire dal 1985 circa, si era interessato a fondo, anche qui con spirito fortemente innovativo, dei fondamenti della matematica nell' intento di formulare una teoria base per la matematica, la logica, l' informatica, la fisica e le altre Scienze nella quale si considerano, come nelle usuali teorie dei fondamenti, come concetti fondamentali quelli di collezione, insieme, operazione, relazione, proprietà (o qualità), proposizioni, predicati, numeri interi ecc. immergendoli in un ambiente più ampio del solito chiamato collezione universale, indicato con la lettera V, in modo che il concetto di collezione è il primo concetto fondamentale insieme con quello di appartenenza alla collezione. Indi questi concetti fondamentali vengono collegati fra loro mediante opportuni assiomi, intendendo però che questi concetti primitivi siano qualitativamente diversi fra loro e non siano riducibili gli uni agli altri a differenza di ciò che avviene in precedenti teorie quali quelle di Cantor, Frankel, Zermelo, Gödel, Von Neumann che riportavano tutto al concetto di insieme. Una tale teoria, quale quella da Lui detta Teoria Base 95, per il fatto di essere stata elaborata da Lui e da un gruppo di matematici in occasione di seminari associati al corso da Lui tenuto presso la Scuola Normale Superiore di Pisa nell' anno 1995, considerava inoltre, a differenza delle usuali teorie degli insiemi, accanto alla collezione V sopra citata la collezione $Coll$ (la collezione di tutte le collezioni appartenenti a V), la collezione Ins (la collezione di tutti gli insiemi appartenenti a V) intendendo che Ins sia una parte di $Coll$.

La pluralità dei concetti primitivi così introdotti nella teoria di base ed il modo innovativo con cui vengono trattate le collezioni e quello del rapporto fra insieme e collezione — *gli insiemi possono essere infiniti come l' insieme dei numeri interi, ma non sono insiemi le collezioni troppo grandi in quanto infinite ma infinitamente più grandi di ogni insieme infinito* — sembrano allargare l' orizzonte matematico; inoltre il carattere non riduzionista e aperto della stessa teoria (cioè il fatto che questa offra la possibilità di aggiungere nuovi concetti fondamentali e nuovi assiomi) dovrebbe consentire molti ampliamenti e rendere questa teoria sempre più adeguata alle diverse esigenze della matematica, della logica, della informatica e delle altre scienze sperimentali.

*

Oltre all' importanza delle scoperte scientifiche di De Giorgi cui si è fatto cenno deve anche essere messa in evidenza la Sua figura di Maestro esercitata per oltre 35 anni come professore della Scuola Normale Superiore di Pisa. Qui De Giorgi ebbe numerosissimi allievi e collaboratori. Nel Suo studio era possibile trovare spesso matematici, anche stranieri, intenti a scambiare con Lui idee e progetti di ricerca. Con tutti De Giorgi era estremamente cordiale e attento a cogliere il valore scientifico di ciò che ascoltava; agli allievi e collaboratori sapeva infondere fiducia nelle proprie capacità facendo sì che essi divenissero partecipi della sua alta concezione della ricerca scientifica.

2.7 ISTITUTO LOMBARDO DI SCIENZE E LETTERE

E. Magenes, L. Ambrosio
ENNIO DE GIORGI
Rendiconti Parte Generale Atti Ufficiali Vol. 131 (1997)
Commemorazione tenuta nella seduta del 13–11–'97.

Intervento di E. Magenes

È con vivissima commozione che mi accingo a commemorare, insieme al collega Ambrosio, Ennio De Giorgi, a poco più di un anno dalla Sua immatura scomparsa. De Giorgi, uno dei più grandi matematici italiani di questo secolo, figura eccezionale anche per tanti altri aspetti, era Socio non residente del nostro Istituto dal 1980.

Nato a Lecce l' 8-2-28, si era laureato a Roma con Mauro Picone nel 1950. Era diventato subito dopo assistente a Roma e libero docente di Analisi matematica e della stessa disciplina era professore dal 1958, prima all' Università di Messina e poi, dopo un solo anno, alla Scuola Normale Superiore di Pisa. Era membro delle più importanti Accademie scientifiche italiane (Acc. dei Lincei, Acc. dei XL, Acc. delle Scienze di Torino, Acc. Ligure, Acc. Pontaniana), della Pontificia Accademia delle Scienze, dell' Accademia di Francia, dell' Accademia Nazionale delle Scienze degli Stati Uniti. Dottore "honoris causa" in matematica dell' Università di Parigi VI e in Filosofia dell' Università di Lecce, aveva avuto, tra i molti riconoscimenti, il Premio Wolf dal Presidente dello Stato di Israele nel 1990.

Della Sua produzione matematica parlerà, con molto maggior competenza di me, Luigi Ambrosio, uno dei Suoi migliori e più cari allievi, attualmente professore a Pavia, ma già designato dalla Scuola Normale a succedere al Suo Maestro. Io, che ho avuto la fortuna di essere stato amico fraterno di De Giorgi dall' inizio degli anni 50, dirò brevemente degli altri aspetti della Sua vita e della Sua opera.

Oltre che grandissimo matematico, il cui progetto di ricerca si è sviluppato negli anni in un modo per me incredibile, con coerenza, indipendenza e unitarietà, come se Egli lo avesse immaginato fin da quando era giovane, De Giorgi è stato anche un grande Maestro: non si contano i matematici, soprattutto tra gli analisti italiani, che Gli sono debitori, direttamente o indirettamente di idee e di suggerimenti per la loro ricerca. La Sua grande disponibilità a discutere ed a collaborare, senza pregiudizi o chiusure, con grande generosità, è riconosciuta da tutti coloro che Lo hanno incontrato, dai giovani studenti che Egli ha indirizzato alla ricerca, ai colleghi più insigni (significativa a questo proposito è stata la testimonianza di Enrico Bombieri nella commemorazione di De Giorgi tenuta recentemente ai "Lincei").

Anche la partecipazione di De Giorgi alle attività di organizzazione della ricerca matematica in Italia, nell' ambito dell' U. M. I. e del C. N. R. è stata molto importante, soprattutto negli anni '50-'60, quando i giovani (di allora!) matematici italiani, tra i quali desidero ricordare il nostro compianto Socio Ermanno Marchionna, sentivano l' esigenza di una maggior apertura verso la matematica straniera, dopo l' isolamento che il ventennio fascista e la guerra avevano provocato, e di un rinnovo delle strutture allora esistenti. Qualcuno dei presenti ricorderà i tentativi fatti in questa direzione, con l' istituzione del C. O. N. A. R. M. (Collegio Nazionale dei Ricercatori Matematici) che ebbe breve durata ma che contribuì tra l' altro alla nascita dei Gruppi di ricerca nazionali, confluiti poi nel C. N. R.. Certamente sapevamo di non poter chiedere ad Ennio un coinvolgimento nella realizzazione effettiva di queste iniziative, data la Sua ben nota mancanza di senso pratico, ma il Suo apporto di idee e di entusiasmo è sempre stato molto importante e incisivo; ed io, che a volte Lo rimproveravo amichevolmente per questa Sua mancanza, dovevo poi riconoscere che il Suo compito era proprio quello di fornire idee nuove, come ad es. quella dei Gruppi di ricerca.

Ma veniamo ora ad un altro importante aspetto dell' opera e della vita di De Giorgi, quello che Egli amava chiamare di "filosofo" nel senso letterale di "amante della sapienza". Nel luglio dello scorso anno, poco prima della Sua morte, è uscito un volume molto utile per conoscere e approfondire questo aspetto: pubblicato dall' Accademia Pontaniana con il titolo "Riflessioni su Matematica e Sapienza" e curato da A. Marino e C. Sbordone, esso raccoglie una gran parte degli scritti di De Giorgi sui rapporti tra la matematica, la logica, la filosofia, le altre scienze, la tecnologia, la religione ed altre espressioni non solo dello spirito ma anche dell' impegno sociale di noi uomini (quali la difesa dei "Diritti umani"), il tutto prospettato in un quadro "sapienziale". Proprio riflettendo da una parte sui fondamenti della matematica e sugli approfondimenti critici sviluppatisi in questo secolo, in particolare sui risultati apparentemente "negativi" del tipo dei teoremi di Gödel e dell' "incompletezza" dei nostri "ragionamenti formali", e dall' altra parte sull' enorme sviluppo delle applicazioni della matematica nel mondo moderno, Egli è arrivato a formulare in questi ultimi anni una nuova "teoria base" dei fondamenti della matematica e dei suoi rapporti con le altre teorie scientifiche a partire dai concetti primitivi di "qualità" e di "relazione", teoria di cui ci dirà meglio Ambrosio.

In una intervista del 1989 De Giorgi diceva [1]

> *Continua pure a sorprendermi il riemergere di alcune strutture matematiche nei più diversi campi delle scienze naturali e della tecnica, simile a un motivo che si ripresenta in varie parti di una sinfonia. Questo ricorda le idee di Pitagora sull' armonia delle sfere celesti, il salmo che comincia con le parole "i cieli narrano la gloria di Dio", o la frase di Einstein: "Dio è sottile ma non*

[1] da *"Una conversazione con Ennio De Giorgi"*, pubblicata nel vol. I di "Partial Differential Equations and the Calculus of Variations" — Essay in honour of Ennio De Giorgi (F. Colombini, A. Marino, L. Modica, S. Spagnolo Editors), Birkhauser, 1989.

> *malizioso". Il significato ultimo del pensiero matematico risiede secondo me nell' idea di una sottile complessa armonia tra tutte le realtà visibili e invisibili.*

E così proseguendo Egli arrivava anche ai rapporti della matematica con l' etica e, in sostanza, a tutti quei problemi che Egli considerava attinenti alla "sfera della sapienza", di cui diceva [2]

> *La sapienza cos'è? È tutto ciò che in qualche modo ci parla del senso delle cose. Nella sapienza c' è l' arte, nella sapienza c' è la storia, nella sapienza c' è anche l' esperienza religiosa, ci sono le nostre tradizioni, c' è quello che è stato chiamato "il buon senso". Molte cose rientrano nella sapienza. Se mi chiedete cosa è la sapienza, io non ve ne so dare la definizione. Citavo nelle mie brevi note due esempi di sapienza: il Cantico delle Creature di San Francesco, che ci dice con che occhio noi dobbiamo guardare e come sentire la realtà del mondo, prima ancora di studiarlo e la Dichiarazione universale dei diritti dell' uomo, che ci dice quali regole minime di convivenza umana dobbiamo rispettare perché il pensiero scientifico possa svilupparsi in modo coerente ai bisogni dell' umanità, allo stesso desiderio di obiettività, di libertà che ogni scienziato sente dentro di sé.*

A quest' ultima frase dobbiamo collegare il Suo forte impegno nella difesa dei diritti umani. Nel '74 il mondo scientifico internazionale, in particolare quello matematico, si mobilitò per ottenere la liberazione del matematico ukraino Leonid Pliusch, detenuto per motivi di opinione in un ospedale psichiatrico in Unione Sovietica. Fu quella l' occasione per De Giorgi per iniziare la Sua campagna in difesa dei diritti umani. Ad essa seguì l'azione a favore di José Louis Massera, un altro matematico detenuto per le sue opinioni politiche in Uruguay, e poi il Suo impegno in "Amnesty International", di cui contribuì a rifondare la sezione italiana, divenendone anche Vicepresidente per un breve periodo. Era un convinto e tenace assertore della Dichiarazione universale dei diritti umani proclamata dall'O. N. U. al punto di cercare ultimamente con insistenza di farla inserire completamente nella Costituzione italiana.

Per concludere il mio intervento vorrei soffermarmi un istante sulle Sue qualità umane. La nostra amicizia incominciata, come ho già detto, subito dopo la Sua laurea, si è consolidata nel tempo, coinvolgendo anche le nostre famiglie. Alle frequenti occasioni d' incontro per motivi professionali si aggiungevano le vacanze passate spesso insieme sui monti delle Dolomiti e le periodiche riunioni del gruppo "Scienza e Fede", organizzate da molti anni da Giovanni Prodi. Ho potuto così conoscere a fondo la Sua profonda

[2] da E. De Giorgi, *Riflessioni su scienza, sapienza, fede religiosa ed impegno umano* — in "Scienza e Fede" — la Cittadella editrice – Assisi 1982, pag. 99–111.

fede religiosa e le Sue straordinarie doti umane: di bontà, di semplicità, di serenità (manifestata anche nella sofferenza e di fronte alla morte), di modestia (non ha mai cercato di primeggiare, anche quando sarebbe stato più che naturale il farlo), di paziente ascolto degli altri, di generosità, di fedeltà nelle amicizie, di attaccamento agli affetti più cari (soprattutto a Sua Madre).

Io credo che l'aver conosciuto Ennio De Giorgi abbia lasciato in ciascuno di noi che Lo abbiamo incontrato un segno indelebile non solo del Suo genio matematico, ma anche della Sua ricchezza umana.

Intervento di L. Ambrosio

Ennio De Giorgi era nato a Lecce l' 8 febbraio del 1928. Dopo essersi laureato in Matematica nel 1950 nell' Università di Roma, trascorse alcuni anni presso l' IAC di Roma, sotto la direzione di Mauro Picone. Vinta la cattedra di Analisi Matematica nel 1958, dopo un anno trascorso a Messina venne chiamato alla Scuola Normale Superiore di Pisa a ricoprire la cattedra di Analisi Matematica, Algebrica ed Infinitesimale. È rimasto alla Scuola Normale fino alla sua morte, avvenuta a Pisa il 25 Ottobre 1996.

Tra i tanti premi e riconoscimenti ricevuti nella sua carriera ricordiamo il Premio Nazionale del Presidente della Repubblica Italiana (1973), la laurea "Honoris causa" conferitagli dall' Università di Parigi VI (1983), il premio "Wolf" per la Matematica (1990), la laurea "Honoris causa" in Filosofia conferitagli dall' Università di Lecce (1992). È stato membro dell' Accademia dei Lincei, dell' Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, dell' Accademia Pontificia, dell' Accademia di Francia, dell' Accademia Nazionale delle Scienze degli USA, dell' Accademia Pontaniana, dell' Accademia delle Scienze di Torino, dell' Accademia Ligure e dell' Istituto Lombardo Accademia di Scienze e Lettere.

De Giorgi è stato un matematico eccezionale sotto moltissimi punti di vista. Univa ad una grandissima creatività, che lo ha portato a fondare quasi dal nulla intere teorie, profonde convinzioni religiose ed etiche che hanno orientato come una bussola la sua ricerca nel corso degli anni. A queste doti vanno sicuramente aggiunte quelle più propriamente tecniche, che gli hanno consentito di risolvere problemi aperti da lungo tempo o introducendo nuovi metodi di studio o fornendo sorprendenti controesempi.

In De Giorgi era presente una rara combinazione di doti fuori dal comune e di precisa coscienza del significato e dei limiti della propria ricerca; questa consapevolezza gli consentiva spesso di aggirare le difficoltà incontrate nello studio di una particolare teoria introducendone un' altra, molto più generale. Per lui la generalizzazione non era fine a se stessa, ma era funzionale al solo fine di cogliere gli aspetti veramente essenziali di un problema.

De Giorgi è stato un punto di riferimento, anche sul piano umano, per molte generazioni di matematici italiani e stranieri. Molto aperto e disponibile al dialogo, era capace di trarre il meglio dai suoi interlocutori, dando suggerimenti spesso decisivi, evitando atteggiamenti competitivi o di superiorità, rallegrandosi per i risultati raggiunti. Questa capacità si manifestava in continuazione sia nel dialogo scientifico sia nei rapporti accademici, nei quali si proponeva con uguale attenzione di fronte al proprio interlocutore, fosse un giovane studente o un famoso scienziato. Questo suo modo d' essere scaturiva dalle sue profonde e semplici convinzioni etiche, che lo hanno portato a promuovere "liberi, amichevoli, aperti dialoghi interpersonali", privilegiando "l' incontro tra persone rispetto alla considerazione dei ruoli istituzionali" e sostenendo con forza i diritti delle persone e dei popoli, sanciti dalla Dichiarazione Universale dei Diritti dell'Uomo del 10 Dicembre 1948.

Descrizione dell' attività scientifica di Ennio De Giorgi.

È certamente difficile sintetizzare in poche pagine il lavoro di un matematico creativo e versatile del calibro di De Giorgi. Qui ho cercato di suddividere i suoi principali lavori in cinque gruppi (equazioni alle derivate parziali, superfici minime e teoria geometrica della misura, calcolo delle variazioni, problemi di evoluzione, fondamenti della matematica) certamente non privi di intersezione, adottando volutamente uno stile più discorsivo nell' esposizione dei lavori sui fondamenti, nei quali emerge più esplicitamente la sua visione della matematica e, più in generale, del sapere. Nel commento dei lavori sui fondamenti della matematica, una problematica che va molto al di là delle mie competenze e della mia sensibilità di matematico, mi sono stati di grande aiuto Vincenzo Maria Tortorelli e Marco Forti, ai quali va tutta la mia riconoscenza.

Per brevità ho deciso di citare, tranne pochissime eccezioni, solo i lavori nei quali De Giorgi figura come autore, in quanto ogni elenco mirato a contenere tutti gli articoli ed i libri scaturiti dalle ricerche da lui iniziate e basati sulle fondamentali tecniche da lui introdotte risulterebbe lunghissimo e, inevitabilmente, incompleto.

N.d.R.
Omettiamo l' esposizione delle ricerche con l' elenco delle pubblicazioni, per la quale rimandiamo all' articolo apparso sul BUMI (cfr. 2.1), di cui è coautore L. Ambrosio.

CAPITOLO 3

COMMEMORAZIONI SU RIVISTE SCIENTIFICHE

3.1 IN "L' INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA E DELLE SCIENZE INTEGRATE"

G. Prodi.
RICORDO DI ENNIO DE GIORGI,
L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate
vol. 19 AB n.6, Nov. – Dic. 1996, 508–512

So che Ennio non sarebbe contento che si scrivesse di lui: era semplice e schivo, non si metteva in mostra. Tuttavia la sua vita è stata talmente singolare e ricca di messaggi, che penso di dover superare ogni scrupolo, specialmente per parlare di lui a chi non l' ha conosciuto.

Il mio primo incontro con Ennio De Giorgi avvenne nella primavera del 1954, a Roma, durante la sessione delle libere docenze. Mi resi conto, dopo poche battute, che avevo di fronte un matematico di statura eccezionale, che vedeva chiaramente là dove io non vedevo e si muoveva in base a strategie mentali che mi trovavano del tutto spiazzato. In quel tempo aveva già fatto molto rumore il suo esempio di non unicità per il problema di Cauchy relativo ad un' equazione parabolica e stava già lavorando in parallelo con Caccioppoli sulla teoria dell'area generalizzata.

*

A questo punto vorrei aprire una parentesi importante, scusandomi ancora se parlerò troppo di me e dei miei stati d'animo. Chiunque si occupa assiduamente di matematica sa che la matematica è — ancora più delle altre scienze — aristocratica: il sua cammino nei secoli è stato guidato da menti eccezionali che hanno aperto orizzonti e tracciato strade. Ogni appassionato di matematica ha in questo olimpo i suoi numi preferiti. Ma altro è venerare queste figure leggendarie, altro è sentirti vicino un collega, per giunta più giovane di te, di fronte a cui le ricerche che stai facendo, e di cui magari eri un tantino orgoglioso, ti appaiono come grossi esercizi. Il problema è reale: se è vero che la matematica è aristocratica, che senso ha il lavoro di tanti ricercatori ordinari che si muovono nell' ambito del prevedibile? Non c' è il rischio che il loro operare produca più ingombro che arricchimento? Non riesco a tacere un fatterello emblematico: nella mia città c' era un buon violinista dilettante; una volta andò a sentire Oistrakh che si esibiva in un concerto; appena ritornato a casa ridusse in mille pezzi il suo violino .... Io non arrivai a questo esito distruttivo, ma certamente dovetti riflettere seriamente per giustificare la mia scelta, tanto più che la matematica mi piaceva e me ne sarei staccato molto a malincuore. Mi resi conto che anche nella matematica e nella scienza non c' è solo il momento creativo, ma c' è anche il momento diffusivo, non c' è solo il possesso, ma c' è anche la partecipazione. Certamente, se mi è permesso di inserirmi con un pizzico di auto–commemorazione, mi accorsi allora che la mia attività di matematico sarebbe carente e poco redditizia socialmente senza una intensa componente didattica. Ma devo aggiungere che anche questi miei problemi interni poterono maturare con il favore dell' amicizia di Ennio e della sua generosità pari all' ingegno.

*

Voglio raccontare, a proposito, un episodio significativo. Nel 1956 era stato bandito un concorso di Analisi; proprio mentre il concorso stava per essere espletato, Ennio arrivò al suo risultato più clamoroso: la dimostrazione del carattere Hölderiano delle estremali degli integrali del calcolo delle variazioni. Questo risultato era l' anello mancante alla risoluzione del 20^o problema di Hilbert; ma Ennio era restio a diffonderne la notizia perché un successo di questa portata lo avrebbe posto in una posizione di netta prevalenza nel concorso: così avrebbe danneggiato i suoi amici che erano in lizza (tra cui me). Mi è stato detto che in quell' occasione si rivolse al Commissario con cui era più in confidenza, il prof. Ghizzetti chiedendogli di farlo escludere dalla rosa dei vincitori (*Glielo dica a quei signori* [della Commissione] *che non ci tengo* ...). La Commissione non ebbe difficoltà ad accontentarlo, tanto più che il suo grosso risultato non aveva ancora il suggello della pubblicazione ufficiale. Comunque Ennio riuscì primo nel concorso successivo e, dopo una breve permanenza a Messina, passò alla Scuola Normale Superiore dove fu maestro di tante generazioni di allievi.

Intanto il suo programma scientifico andava avanti, come un albero che si sviluppa da un seme e raggiunge in modo naturale tutta la sua estensione. I temi si seguivano, uno dopo l' altro, con coerenza: il problema della regolarità per i sistemi ellittici, la regolarità delle superfici minime, la G–convergenza, il calcolo delle variazioni in situazioni sempre più generali, i problemi dinamici coinvolgenti la curvatura media di una varietà, ecc. Non è mio compito fare una rassegna dei risultati raggiunti da Ennio e dalla schiera innumerevole dei suoi allievi affezionati: toccherà all’ Unione Matematica Italiana svolgere questo non facile compito. Ennio non aveva gelosia di mestiere, non seguiva le mode; se qualcuno, anche fuori dalla cerchia dei suoi discepoli, raggiungeva per primo qualche punto del suo programma, se ne rallegrava (*. . . Bene! questo è già fatto*.) Si dirà che dall’ alto del suo ingegno poteva permettersi di essere generoso: verissimo, ma la storia della matematica è piena di litigi fra grandi scienziati per meschine questioni di priorità . . . .

Il programma matematico di Ennio appariva del tutto autonomo e indipendente da sollecitazioni dell’ ambiente scientifico. Si diceva che Ennio avesse letto solo due libri di matematica: le *Leçons sur l’ intégration* di Lebesgue (quando era ancora studente) e la monografia *Set Theory and the Continuum Hypotesis* di P. Cohen (Quest’ ultimo durante un soggiorno all’ Università dell’ Asmara). Queste sono forse leggende; sta di fatto, però, che, quando gli andavo a raccontare qualche importante teorema di analisi funzionale che avevo trovato nella letteratura, non vedevo in lui stupore: come se bastasse segnalargli il risultato perché lui lo reinterpretasse nel suo quadro mentale e ne riscontrasse immediatamente la validità.

È ben noto quale era il suo modo di lavorare: quando poteva, restava a letto per buona parte della mattinata a pensare; evidentemente aveva scarso bisogno di rappresentazioni grafiche; le sue annotazioni — gli amici ricordano i blocchi per note che lasciava in giro — erano sintetiche e ineleganti: erano semplici promemoria di un pensiero che rimaneva nella sua mente e che certamente non era di trasmissione immediata. Il suo bisogno di concentrazione faceva sì che, pur dovendo andare talvolta a riunioni e conferenze che non lo interessavano, rimanesse con il pensiero del tutto assente.

*

Dire che era privo di spirito pratico è dire una banalità. Tuttavia, una grande e concreta saggezza emergeva in lui, per così dire, ad un secondo livello. Non era evidentemente adatto ad un insegnamento di massa, tuttavia i suoi consigli sulla didattica erano saggi e concreti. Analogamente, sapeva conoscere l’ animo delle persone e sapeva condividere le preoccupazioni altrui. Malgrado questa sua concentrazione interna, era sensibilissimo alle ansie degli amici; ricordo che, se c’ era qualcuno ammalato nella mia famiglia, telefonava ripetutamente per avere notizie.

A proposito dei suoi impegni concreti, voglio riferire su un altro aspetto, che mi pare interessante. A partire dal 1959 (l’ inizio fu proprio in coincidenza con il Congresso dell’ UMI a Napoli), fra i giovani ricercatori di matematica — più o meno: la generazione degli attuali settantenni — si formò un vivace movimento di contestazione contro la mentalità piuttosto ristretta e i metodi piuttosto sbrigativi con cui la ricerca matematica veniva allora organizzata. Noi giovani sentivamo l' esigenza di fare uscire completamente la matematica italiana dalla chiusura in cui era caduta durante il ventennio fascista e desideravamo, inoltre, avere un supporto organizzativo che fosse almeno paragonabile con quello dei fisici. Ho parlato di contestazione, anche se il nostro stile, messo a confronto con quello della successiva contestazione generale del '68, ci fa apparire oggi come perfetti gentiluomini. Fondammo anche un' associazione, il Co. Na. R. M. (Collegio Nazionale Ricercatori Matematici), che ebbe vita intensa, anche se breve. Ricordo benissimo che il progetto dei Gruppi di ricerca, che furono istituiti per dare slancio alla ricerca matematica, fu fatto da Ennio De Giorgi. È da notare che, quando il Co. Na. R. M. cessò la sua attivià e confluì nel C. N. R., i Gruppi di ricerca cambiarono solo di nome, divenendo Nuclei di ricerca. Fra questi, in un secondo tempo, comparvero anche i Nuclei di ricerca didattica, che dovevano avere un ruolo importante anche per la scuola italiana.

Sempre in tema di azione, vorrei ricordare la lunga e tenace opera svolta da Ennio in favore delle persone perseguitate per le loro opinioni politiche e, in particolare, le campagne a favore del russo Pliutch e del paraguayano Massera. Occorre riconoscere che Ennio aveva visto chiaramente una possibilità di successo anche dove noi suoi amici, abituati a vedere prevalere il cinismo nei rapporti internazionali, eravamo assai scettici sui risultati. Abbiamo sentito con uguale insistenza Ennio sostenere la diffusione dei principi espressi dalla Carta Universale dei Diritti dell' Uomo (del 1948). Confesso che, a volte, questa insistenza sembrava eccessiva; ma devo ammettere che io continuavo a vedere Ennio come un matematico — e un matematico non ha bisogno di ripetere un teorema, una volta che lo ha enunciato e dimostrato — mentre Ennio, in quei momenti aveva effettivamente il ruolo di un profeta che si sente, investito del compito di ripetere un' esortazione finché non gli sia dato ascolto.

*

Man mano che il programma scientifico di Ennio si sviluppava, aumentava in lui l' esigenza di una riflessione più ampia e profonda. Da un lato era il significato del termine "esistere" che veniva messo in gioco da tante proposizioni matematiche, dall' altro vi era la constatazione della sorprendente efficacia che il pensiero matematico assume riguardo alla descrizione e alla previsione della realtà fisica. La tesi di Ennio era che il contenuto stesso della matematica si presenta come ripartito in tanti cerchi concentrici, in cui il cerchio più ampio inquadra e giustifica quello più ristretto. Occorreva dunque accettare coraggiosamente questa apertura, che esigeva anche un linguaggio logico più adeguato e più attuale. Due avrebbero dovuto essere i principali requisiti di questo linguaggio: da un lato la possibilità di essere auto–referenziale (perseguendo così una caratteristica che è propria dei linguaggi naturali) dall'altro la concessione di cittadinanza all' idea di qualità, rompendo così l’assedio — troppo lungo e troppo dannoso — della pura quantità. Non mi sento in grado di proseguire questo esame, che certamente verrà fatto in termini precisi da coloro che hanno seguito Ennio lungo questa via. Ma certamente, incamminarsi su questa via voleva dire accettare come esigenza vitale e come elemento imprescindibile di fecondità il mistero; infatti: perché non essere disposti sul piano della fede a quella stessa audacia di pensiero che sul versante della scienza si dimostra così necessaria? Il termine mistero — che tante volte ricorreva nel linguaggio di Ennio — non aveva nulla di esoterico: voleva solo indicare l’ accettazione ragionevole di realtà che la nostra mente non può controllare. Ricordo di aver sentito da Ennio riflessioni molto profonde sulla formula

visibilium omnium et invisibilium

del Credo. In questo modo si realizzava in lui una continuità fra il pensiero dello scienziato e quello del credente.

Negli anni più recenti, tutte le volte che prendeva la parola su questi temi, faceva un riferimento al libro della Sapienza, il singolare libro della Bibbia in cui il culmine della saggezza greca si fonde con la rivelazione giudaica. In quel testo la scoperta della verità è gioia conviviale, perché la conoscenza è amore ed è rispetto affettuoso per il mistero che si svolge nelle cose e in ogni uomo.

Devo aggiungere una mia personale impressione: che su questo tema a lui caro “Scienza e sapienza” la sua intuizione — e forse anche la sua personale esperienza spirituale — sia andata più avanti di quanto ne abbia scritto o parlato.

*

Ennio aveva perso il padre quando era ancora molto piccolo ed era rimasto teneramente affezionato alla madre, la signora Stefania, donna di straordinaria finezza e intelligenza. Ogni anno — finché le condizioni di salute lo consentirono — la signora Stefania veniva a passare qualche giorno a Pisa. Gli amici venivano indirettamente informati di questa affettuosa presenza perché in quell’ occasione Ennio metteva la cravatta, che altrimenti detestava.

Nella vita di ogni uomo c’ è la componente misteriosa della fatica e della sofferenza. Il fatto che Ennio fosse dotato di una mente eccezionale e il fatto che il suo programma scientifico abbia avuto una straordinaria coerenza non significa che i suoi risultati siano stati ottenuti senza sforzo, tutt’ altro: lo ha fatto presente con penetrante affetto la sorella Rosa durante la cerimonia funebre presso la Scuola Normale. Chi era vicino ad Ennio, pur nel suo profondo riserbo, intuiva una correlazione fra la singolarità del suo destino umano ed intellettuale e la sua solitudine, di cui a tratti gli si leggeva la sofferenza. Possiamo anche immaginare le sofferenze e le apprensioni che dovette sostenere per motivi di salute in questi ultimi anni e nell’ epilogo, perché forse oggi non c' è solitudine maggiore di quella di una sala di terapia intensiva. Ma la sua vita rimane, da tanti lati, motivo di speranza. Dice il Vangelo:

> *Se il chicco di grano non muore, rimane solo, ma se muore porta molto frutto*.

3.2 In "Annali della Scuola Normale Superiore"

A. Faedo,
COME ENNIO DE GIORGI GIUNSE ALLA SCUOLA NORMALE SUPERIORE.
Annali della Scuola Normale Superiore
Cl. Sc.(4) Classe di Scienze, vol.XXV, (1997), 433–434.

Dopo gli anni della guerra io sono rientrato a Pisa con un viaggio avventuroso il 12 marzo 1946, essendo stato avvertito che il mio maestro Leonida Tonelli era gravemente ammalato. Poiché Tonelli abitava fuori Pisa corsi subito dal Rettore dell' Università per avere sue notizie e seppi così che nella notte egli era spirato. Il Rettore mi disse anche che era andato più volte a trovarlo durante la sua malattia e che Tonelli gli aveva detto che desiderava che io continuassi il suo insegnamento. Non trovando a Pisa, semidistrutta dalla guerra, un alloggio per la mia famiglia, riaprii la casa di Roma che avevo lasciato all' inizio del 1941 al mio richiamo alle armi e per 5 anni feci il pendolare fra Roma e Pisa. Frequentavo anche l' Istituto Matematico dell' Università di Roma, dove anche per un anno ebbi l' incarico di Analisi Matematica, al collocamento fuori ruolo di Ugo Amaldi. Successivamente un collega mi parlò di uno studente eccezionale, Ennio De Giorgi, che, appreso al 1^o anno il concetto di integrale di una funzione continua, durante le vacanze aveva riempito un suo quaderno di appunti, che portò a esaminare al suo professore. Questi rimase strabiliato: Ennio aveva ritrovato da solo l' integrale di Lebesgue, scoperto da Lebesgue nel 1902, cioè due secoli dopo che si conosceva l' integrale di una funzione continua.

Volli conoscere questo giovane eccezionale e lo seguii negli anni successivi ripromettendomi, appena lui avesse vinto il concorso per una cattedra Universitaria di farlo chiamare alla Scuola Normale Superiore di Pisa, istituto che mi sembrava il più adatto per lui. Quando nel 1958 egli vinse il concorso, l' unica cattedra della classe di Scienze alla Scuola Normale era occupata da un fisico e nemmeno all' Università di Pisa c' erano cattedre vacanti. Così Ennio andò all' Università di Messina ma io mi ripromisi di chiamarlo a Pisa appena fosse possibile. Un paio di anni dopo uscì una legge che, per merito dei successi della fisica nucleare, assicurava che nei prossimi 5 anni sarebbero state riservate 15 cattedre ogni anno alle facoltà di Scienze delle Università italiane.

Mi riuscì subito di ottenerne una per l' Università di Pisa, di cui ero divenuto Rettore, ma mi fu difficile ottenerne una per la Scuola Normale, perché Carlo Miranda, direttore dell' Istituto Matematico dell' Università di Napoli, sosteneva che la Scuola Normale non ne aveva diritto avendo una Classe e non una Facoltà di Scienze. Riuscii a convincere il ministro Gui che si trattava solo di una questione formale e così ebbi la cattedra per la Scuola Normale che subito offersi a De Giorgi.

A Pisa egli così potè lavorare in collaborazione con altri grandi matematici che io ero riuscito a riunire, fra cui ricordo in particolare Andreotti, Vesentini, Stampacchia e Bombieri.

A Pisa ogni tanto veniva a trovarlo la mamma e insieme ci riunivamo a casa mia, stabilendo così fra loro e la mia famiglia stretti legami di amicizia.

Un altro aspetto vorrei segnalare di Ennio, al di fuori del suo eccezionale genio matematico, e cioè la sua fede nelle organizzazioni per la pace universale e la concordia fra i popoli, nella quale credeva fermamente e si batteva fieramente.

Io, nominato nel 1972 presidente del Consiglio Nazionale delle Ricerche, accettai di far parte del Consiglio di Presidenza dell' Associazione Italia–URSS, per poter più facilmente prendere contatto con gli scienziati sovietici, alcuni dei quali di grande valore internazionale. Così tra l' altro potei organizzare la possibilità del rientro in Italia di Bruno Pontecorvo. Un giorno Ennio, sapendo che io stavo per partire per Mosca mi affidò un pacco da consegnare a un professore che risiedeva a Mosca.

Poiché, data la mia carica, era poco probabile che il mio bagaglio venisse controllato alla frontiera, arrivai indenne a Mosca, ma non mi riuscì di rintracciare il destinatario. Qualche sera dopo, invitato a cena dall' Ambasciatore d' Italia, lo pregai di aiutarmi a rintracciare il destinatario del pacco di Ennio.

Egli mi disse che era prudente controllare cosa contenesse questo pacco e lo aprimmo; erano tutti opuscoli propagandistici della organizzazione pacifista di Ennio, Amnesty International.

L' Ambasciatore mi disse che se alla frontiera mi avessero trovato quelle pubblicazioni sarei stato immediatamente arrestato, perché in Unione Sovietica erano considerate contrarie al regime imperante.

Riuscii però a convincerlo di rintracciare il destinatario e di fargli avere il suo pacco, assicurandogli che l' autore, Ennio De Giorgi, non era un violento rivoluzionario ma un fermo credente nella pace universale e in una umanità migliore.

Rientrato in Italia dissi a Ennio del pericolo che mi aveva fatto correre, ma egli mi rispose che era molto importante che quei documenti giungessero nell' Unione Sovietica e che lui era sicuro che io avrei saputo difendermi.

Quando nel 1996 celebrammo il cinquantenario della morte di Leonida Tonelli, lo invitai a tenere una relazione sull' influenza di Tonelli nella matematica moderna ed egli tenne una lezione indimenticabile.

Lo ricordo con affetto fraterno, non solo come uno dei matematici più geniali, ma anche come uomo di grande umanità e grandi ideali.

3.3 In “Annali di Matematica Pura ed Applicata”

C. Sbordone,
ENNIO DE GIORGI
Annali di Matematica Pura ed Applicata
serie quarta, tomo CLXXIII, Bologna 1997, III–VI.

Il 25 ottobre del 1996 si è spento a Pisa ENNIO DE GIORGI, uno dei più grandi matematici italiani di questo secolo. La sua scomparsa lascia un vuoto incolmabile nella comunità scientifica di cui era uno dei più insigni esponenti.

Nato a Lecce l' 8 febbraio del 1928, si laureò a Roma nel 1950 con Mauro Picone, illuminato maestro dell' Analisi italiana, il quale, intuendone le doti eccezionali, lo volle subito assistente alla sua cattedra. Nel 1958, avendo vinto il concorso per la cattedra di Analisi, fu nominato professore a Messina per poi passare nel 1959 alla Scuola Normale Superiore di Pisa e svolgervi per quasi 40 anni una attività didattica e scientifica di altissimo livello.

Membro della Commissione Scientifica dell' Unione Matematica Italiana dal 1961 al 1982, era socio dell' Accademia dei Lincei, dell' Accademia dei XL, della Pontificia Accademia delle Scienze, dell' Accademia delle Scienze dell' America Latina, dell' Accademia delle Scienze di Torino, dell' Istituto Lombardo, dell' Accademia Ligure e dell' Accademia Pontaniana. Fin dal 1980 ha fatto parte del comitato di redazione di questi *Annali*.

Nel 1995 fu nominato membro straniero dell' Accademia delle Scienze di Parigi e dell' Accademia Nazionale delle Scienze degli Stati Uniti.

Ha ricevuto vari premi nel corso della sua carriera: il premio Caccioppoli, dall' Unione Matematica Italiana nel 1961, il premio nazionale del Presidente della Repubblica, dall' Accademia dei Lincei nel 1973, il premio Confalonieri degli Atenei milanesi nel 1987, il premio Wolf per la Matematica nel 1990.

Nel luglio del 1983 ebbe la laurea *honoris causa* dall' Università di Parigi e per l' occasione, nel novembre dello stesso anno si tenne a Parigi il simposio *Ennio De Giorgi Colloquium*. Nel febbraio del 1992 ebbe la laurea *honoris causa* in Filosofia dall' Università di Lecce.

L' attività scientifica di De Giorgi è stata straordinaria, determinando delle vere e proprie svolte in vari campi dell' Analisi Matematica: il calcolo delle variazioni, la teoria geometrica della misura, la teoria generale delle equazioni a derivate parziali, le equazioni di evoluzione ed anche nel campo dei fondamenti della matematica. Essa è testimoniata non solo dalle sue numerose pubblicazioni, che ammontano ad oltre un centinaio, ma anche dalla mole assai vasta di lavori di suoi allievi e spesso anche di matematici affermati, direttamente ispirati da sue idee, intuizioni e congetture.

La sua originalità ed indipendenza di pensiero, la capacità di stimolare continuamente nuove tematiche e di fornire con grande generosità intellettuale spunti di riflessione spesso decisivi, lo hanno reso un vero e proprio punto di riferimento nel panorama matematico internazionale.

Nella sua prima produzione spiccano due lavori pubblicati nel 1955, nei quali egli ottiene, con tecniche ingegnose, risultati di unicità e non unicità per il problema di Cauchy per equazioni paraboliche.

Già dal 1953, attratto da alcuni lavori di Caccioppoli, aveva cominciato a sviluppare la teoria degli insiemi di perimetro finito. La sua originale e profonda impostazione, che partiva dal problema, posto da Caccioppoli, di estendere ad un ambito il più ampio possibile la validità delle formule di Gauss–Green, lo porterà a due risultati fondamentali di teoria geometrica della misura: la disuguaglianza isoperimetrica e il teorema sulla regolarità delle superfici minime.

In un lavoro sugli Annali di Matematica del 1954, dà la sua generalissima nozione di perimetro di un insieme misurabile di $\mathbb{R}^n$ e dimostra che il perimetro di E è finito se e solo se sussiste una formula di tipo Gauss–Green relativa ad E e che esso coincide con la misura della sua frontiera orientata secondo Caccioppoli. Tali risultati gli hanno permesso di provare nel 1958 la proprietà isoperimetrica della sfera in $\mathbb{R}^n$ nella classe degli insiemi di perimetro finito.

Queste ricerche, insieme ad un lavoro del 1955 in cui definisce la frontiera ridotta di un insieme di perimetro finito, culminarono in due pubblicazioni del 1961, contenenti il teorema di regolarità delle frontiere ridotte degli insiemi di perimetro minimo e che ebbero vasta risonanza, influenzando fortemente la teoria delle correnti di Federer e Fleming.

Nel frattempo il nome di De Giorgi si era affermato nel mondo matematico per quello che è forse il suo più celebre risultato, conseguito nel 1956: l' estensione al caso $n > 2$ di un teorema, provato da Morrey nel 1938, di hölderianità locale delle soluzioni deboli delle equazioni ellittiche del secondo ordine, a coefficienti discontinui in n variabili, che, in virtù di classici teoremi di regolarità, portava alla soluzione, da lunghi anni attesa, del XIX problema di Hilbert circa l' analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari. Tale risultato, noto come *teorema di De Giorgi*, e la sua dimostrazione, pubblicata nelle Memorie dell' Accademia delle Scienze di Torino del 1957, hanno profondamente influenzato la teoria delle equazioni a derivate parziali lineari e non lineari. È del 1968 un suo esempio che prova che l' hölderianità non sussiste nel caso dei sistemi.

Tra il 1965 e il 1969 De Giorgi ottiene, anche in collaborazione con E. Bombieri, G. Giusti e M. Miranda, importanti risultati sulle superfici minime e sul problema di Bernstein che hanno avuto enorme risonanza. In particolare va menzionato un famoso esempio che prova come, in dimensione $n \geq 8$, possano esistere superfici minime con singolarità.

Nei primi anni '70, in collaborazione con L. Cattabriga, De Giorgi pubblica sul Bollettino dell' UMI alcuni pregevoli lavori sull' esistenza di soluzioni analitiche in tutto $\mathbb{R}^n$ di equazioni a coefficienti costanti.

Negli stessi anni egli dette forte impulso alla teoria della G–convergenza di operatori ellittici del 2^o ordine, introdotta da S. Spagnolo nel 1967. Tale teoria, che doveva rivelarsi adatta ad inquadrare rigorosamente i fenomeni di omogeneizzazione, già studiati da tempo in Fisica, progredì rapidamente in seguito ad un lavoro di De Giorgi e Spagnolo del ’73 sulla convergenza degli integrali dell’ energia in ipotesi di G–convergenza e dei lavori di numerosi matematici che si occuparono proprio in quegli anni di tali problematiche in Francia, URSS e USA, dando luogo ad un impressionante numero di pubblicazioni e a varie monografie. De Giorgi, in un lavoro sui Rendiconti di Matematica del ’75, dedicato a M. Picone in occasione del suo 90^o compleanno, dette alla teoria un’ impostazione variazionale, introducendo la Γ–convergenza di integrali del tipo dell’ area. Tale lavoro fu il capostipite di una serie di lavori di suoi allievi, con riflessi anche su problematiche di semicontinuità e di rilassamento di funzionali, o su problemi con ostacolo, rivelando vari fenomeni interessanti quali i casi di cambiamento della natura dei funzionali nel passaggio al limite. Egli volle pure segnalare la portata astratta della Γ–convergenza. Questo filone di ricerca è stato poi portato avanti da vari specialisti di topologia generale ed analisi convessa.

Da ricordare anche, alla fine degli anni ’70, una memoria con G. Letta sulla convergenza debole di funzioni crescenti di insieme, alcuni lavori con F. Colombini e S. Spagnolo sull’ esistenza ed unicità di soluzioni di equazioni iperboliche a coefficienti discontinui rispetto al tempo e le ricerche originate da una teoria, da lui proposta, delle curve di massima pendenza per funzionali definiti su spazi metrici, sviluppata da A. Marino e dai suoi allievi per lo studio di disequazioni differenziali non lineari.

Dalla seconda metà degli anni ’80 De Giorgi torna alle applicazioni della teoria geometrica della misura per la trattazione di nuovi problemi variazionali con discontinuità libere. Per lo studio di tali problemi introduce lo spazio SBV delle funzioni BV speciali le cui derivate sono misure prive di parte cantoriana e perviene, con la collaborazione di suoi allievi, all’ esistenza di minimi in senso classico del funzionale di Mumford e Shah.

Particolarmente feconda è stata poi l’ impostazione che De Giorgi ha dato negli ultimi anni allo studio dei problemi di evoluzione di superfici. In questo ambito, la sua teoria delle barriere ed il suo metodo dei movimenti minimizzanti non solo hanno fornito una nuova chiave di lettura di fenomeni già noti, ma hanno permesso di studiare i fenomeni di evoluzione anche in codimensione maggiore di 1.

Sin dalla metà degli anni ’70 De Giorgi aveva manifestato un vivo interesse per questioni di logica e dei fondamenti della Matematica, tenendo ogni anno un corso in Normale e costituendo un gruppo di ricerca su tali argomenti.

Dal 1985 tali ricerche si sono concretizzate in alcuni lavori e note lincee contenenti l’ elaborazione di varie originali “teorie base” dei fondamenti con l’ obiettivo di costruire un quadro abbastanza ampio in cui inserire le più note teorie degli insiemi.

Questo, in breve sintesi, l' impegno di Ennio De Giorgi per lo sviluppo della Matematica. Costante fu anche il suo impegno per la difesa dei diritti umani da lui profuso in ogni occasione, dalle Sedute della Commissione per la Difesa dei Diritti dell' Uomo dei Lincei o dell' Accademia Pontificia, ai convegni di cui era ispiratore e protagonista, organizzati secondo le sue preferenze in piccole sedi, con la sua intensa partecipazione all' attività di organismi internazionali quali il "Comité Internationale des Mathématiciens" e "Amnesty International", ove spesso traspariva la sua testimonianza cristiana.

Negli ultimi anni ha tenuto varie conferenze sui rapporti tra matematica ed altre forme del sapere umano, sottolineando, con linguaggio semplice ed incisivo, il *valore sapienziale* della matematica, la sua sorprendente capacità di rivelare le relazioni esistenti tra gli enti dell' universo, la sua attitudine a migliorare le doti di immaginazione degli uomini. Sia i lavori scientifici più recenti, gravidi di congetture e suggestioni, secondo il suo stile di lavoro, sia questi interventi divulgativi, che rendono testimonianza dei suoi ideali, costituiscono un inesauribile patrimonio a disposizione delle giovani generazioni che vorranno accostarvisi.

3.4 In "Meccanica"

P. Villaggio,
ENNIO DE GIORGI (1928–1996),
Meccanica 32 (1997), 481–482.

Ennio De Giorgi was one of the greatest mathematicians of this century. Born in Lecce, from a family rooted in cultural traditions, he showed a precocious intelligence from early in his childhood. His youth was unusual, instead of playing, he preferred to walk in the countryside, collect stones, and observe the plants, wasps, and ants. At school he revealed such a surprising mathematical talent that his teacher, a priest, soon predicted the success of his extraordinary student in the field of mathematics. After highschool, De Giorgi entered the faculty of mathematics at Rome, where he followed the courses delivered by Picone, Severi, and Krall. Remarkably, at the end of his second year, during his Summer vacation in Lecce, he generalised, almost by exercise, the classic notion of integral, rediscovering on his own the Lebesgue integral. This astonished Picone, who immediately offered De Giorgi a position as research assistant on completion of his university studies.

Following his graduation in mathematics, De Giorgi's professional reputation grew very quickly. Winner of a chair in Mathematical Analysis at Messina in 1959, he was called by Faedo to Pisa, first at the University and then to the Scuola Normale, where he remained for the rest of his life. During this period he began to develop his extensive sequence of impressive results: a theorem on regularity of extremals in the calculus of variations for multiple integrals; a counterexample in the Cauchy problem for differential equations; the regularity properties of minimal surfaces; a new theory on perimeters; the theory of G–convergence and Γ–convergence; the variational theory of functionals simultaneously defined on volumes and surfaces; the evolution theory of minimal surfaces depending on a parameter; and, finally, in these last years, a generalisation of gravitational theory.

It may appear that such a profusion of contributions would have excluded De Giorgi from other scientific interests. But he also worked in logic. Convinced that the classical notion of a set is too restrictive, he began to enlarge the class in which to collect concepts according to the wider notions of quality and relation. While such generalisations were not new among logicians, De Giorgi's merit was of introducing in these new notions an algebra having the same rigour as that of sets. Another area of logic reconsidered by De Giorgi was that of the minimum number of axioms of a theory. If an additional axiom, though superfluous, renders a theory more accessible, why not employ it?

De Giorgi also had an extraordinary civil vocation. He was interested in politics, and, in particular, in the debate betwen statesmen and parties. However, he observed them with the same detachment, appropriate to an entomologist, with which he had, as a child, observed ant–hills. Conversly, he passionately intervened in all cases in which the rights of man were violated. He collaborated with 'Amnesty International', and often personally collected signatures and wrote letters denouncing statesmen in Argentina, Chile, Uruguay, Russia, South Africa, when he became aware of some transgression. He was a catholic, but was never known to impose his faith as a conditioning argument in either a public or private discussion. Only occasionally did De Giorgi speak, among his friends, of faith–related issues. On those occasions, it was the Old Testament, book of Wisdom, which was his most frequent source of quotations, and not the Gospel.

The way in which De Giorgi reasoned, both in mathematics and in everyday matters, was surprising for its simplicity. When faced with a difficult mathematical problem, often posed by his students and colleagues, he would immediately begin to reduce it to its most elementary and essential terms. If it concerned a difficult partial differential equation, he would first consider the one–dimensional case, or he would suggest the rotationally symmetric case as to reduce the number of independent variables. However, having analysed some particular simplified cases, he would then not hesitate to formulate audacious guesses, and his conjectures were famous. In political questions he also reduced problems at the essence. The sovereign principle is avoid any kind of conflict, but to resolve this with a peaceful discussion.

De Giorgi's figure shows a surprising analogy with that of Leibniz. Both were endowed with a deep religious faith and passionately committed to the improvement of society (Leibniz made an attempt to conciliate Catholics and Protestants). Both had a genial talent for mathematics and logic. Both had an ordered vision of what appears, as a manifestation of the hidden harmony of the universe. On the other hand there were some essential differences between the two. Leibniz was even more versatile, because he was also an alchemist, engineer, historian, and man of the world, often busy (as Russel writes) at pleasing princes. De Giorgi did not have such tendencies for mundanity, because, although he received awards and prizes everywhere he seemed to ignore them.

The heavens themselves blaze forth the death' of a great man, as Shakespeare says. But, in De Giorgi's circumstance, our hearts burn with bitterness for the premature loss of a mind whose further unrealized contributions would yet have advantaged the development of science.

CAPITOLO 4

CONVEGNI

4.1 CONVEGNO IN MEMORIA DI E. DE GIORGI
S.N.S., PISA, 20–23 OTTOBRE 1997

4.1.1 Discorso introduttivo al Convegno di *G. Letta*

Gli amici che hanno organizzato questo convegno hanno voluto che io dicessi a questo punto due parole come vicedirettore del Dipartimento di Matematica dell' Università di Pisa.

Io li ringrazio di questo invito, che mi permette di portare qui, in modo ufficiale, il saluto augurale del mio Dipartimento e di complimentarmi con loro per la bella iniziativa di organizzare questo convegno in onore di Ennio De Giorgi.

Ma dico subito che trovo un poco innaturale questa mia veste "ufficiale", e sono sicuro che la troverebbe innaturale lo stesso Ennio, che sentiva come pochi l' unità profonda della comunità matematica pisana, al di là e al di sopra di tutte le barriere, divisioni o articolazioni di carattere amministrativo.

E dunque preferirei, col permesso di chi mi ha invitato, considerarmi qui semplicemente come uno che ha condiviso con molti degli amici presenti la fortuna di essere allievo e amico di De Giorgi, e che ora si sente orfano di lui.

Ho detto "allievo", e forse a stretto rigore il termine non è tecnicamente esatto, dal momento che ho scritto con lui un solo lavoro. Ma quale dei matematici pisani non può dirsi, direttamente o indirettamente, in misura maggiore o minore, allievo di Ennio, e quindi suo orfano?

Ennio era il porto sicuro per ciascuno di noi. Ci sovrastava con la sua eccezionale statura scientifica, intellettuale, umana. Ma, lungi dall' essere, come normalmente avviene nel caso di scienziati di altissimo livello, geloso amministratore del proprio tempo, era, al contrario, sempre disposto a concedere ascolto a chiunque glielo chiedesse.

Qualunque fosse il livello dell' interlocutore o della questione a lui posta, egli accettava l' incontro con spontaneo, genuino interesse: sempre animato da una curiosità vivissima, da una semplicità autentica, che non aveva nulla di artefatto, che non era falsa modestia o umiltà costruita, e che era sorretta da un candore quasi di fanciullo, unito a una prodigiosa forza intellettuale.

E in questi incontri il vero miracolo (non saprei come altrimenti definirlo) era che l' interlocutore non si sentiva mai schiacciato o paralizzato dalla personalità scientifica che gli stava di fronte, ma al contrario si trovava subito a suo agio, come se parlasse con un suo familiare.

Non spetta a me qui ricordare la folgorante avventura scientifica di Ennio De Giorgi: altri, ben più qualificati di me, ne illustreranno le varie tappe con dovizia di particolari.

Mi limiterò ad osservare che la figura di De Giorgi sfugge ad ogni tentativo di facile catalogazione.

Si può dire di lui che è stato uno scienziato di eccezionale creatività, che ha lasciato nella matematica una traccia profonda e duratura: e certamente non si sbaglia.

Si può aggiungere che ha concepito la ricerca matematica, e più in generale la ricerca scientifica, come una parte di ciò che egli amava chiamare, con espressione biblica, "amore della Sapienza".

Si può dire ancora che ha avuto molto a cuore, e ha promosso con grande efficacia, la difesa dei diritti umani, vista come corollario di un principio più alto: la fede nella dignità della persona umana.

Si può dire infine che non ha conosciuto sentimenti pur tanto diffusi tra gli uomini di scienza (anche sommi), quali l' arroganza del successo o il desiderio del potere, e che, al contrario, è stato un uomo profondamente buono, solo in apparenza indolente, in realtà animato da una costante tensione intellettuale e morale, e sorretto da una visione religiosa della vita che lo rendeva capace di infondere in coloro che gli erano accanto serenità, fiducia, coraggio.

Ma tutte queste parole non bastano a dare neppure una pallida idea del la sua irripetibile personalità a coloro che non abbiano avuto la fortuna di conoscerlo.

Più utile sarà forse, per terminare, citare alcune parole dello stesso De Giorgi, che io considero particolarmente illuminanti:

> *Il buon "servo della Sapienza" riconosce onestamente i limiti della propria intelligenza e della propria cultura, svolge con modestia e pazienza il proprio lavoro quotidiano, ma non esclude l' eventualità che la stessa Sapienza gli venga incontro con una coincidenza inattesa, un' osservazione fortunata, un' intuizione felice.*

E a queste splendide parole vorrei aggiungere che di siffatti incontri fortunati con la Sapienza è mirabilmente costellato, dal principio alla fine, tutto il lungo cammino scientifico di Ennio De Giorgi, tanto da legittimare il sospetto che la Sapienza avesse stretto, con lui, un patto del tutto speciale.

Non mi rimane dunque che da formulare l' augurio che al presente convegno, concepito nel suo nome e in sua memoria, possano estendersi gli effetti benefici di quello speciale patto tra lui e la Sapienza.

4.1.2 Discorso di *W. Fleming*

Geometric measure theory.

During the 1950s and 1960s both De Giorgi and I were working in what is now called geometric measure theory. These remembrances concern mostly some memories of De Giorgi and his brilliant work during that time period. Geometric measure theory provides class of objects, which I will call in an imprecise way "surfaces" of arbitrary dimension k in some euclidean space. They were called "generalized surfaces" by L. C. Young, "varifolds" by F. Almgren and "integral currents" by H. Federer and myself.

For De Giorgi, the objects were portions of the reduced boundary of a set of finite perimeter, in codimension 1, and later a particular class of what he called "correnti quasinormali" in arbitrary codimension. Of course, the objects are not really smooth surfaces in a classical sense, but it happens that they coincide approximately (in a suitable measure theoretic sense) with finite unions of surfaces of class C^1. The theory provides compactness of sequences of surfaces with bounded k dimensional area and boundaries with bounded $(k-1)$–dimensional area. Another important property is that versions of the classical theorems of Gauss–Green and Stokes remain true.

Geometric multidimensional problems of the calculus of variations provided an important motivation for geometric measure theory A famous example is the Plateau problem, which is to find a k–dimensional surface with least k–dimensional area, among all surfaces with the same boundary. Geometric measure theory provides immediately the existence of an area minimizing surface. However, the problem of regularity of area minimizing surfaces turned out to be quite complicated. The most which can be expected is regualarity except at points of some lower dimensional singular set. In codimension 1, the singular set is empty in low dimensions. However, the famous 1969 Bombieri–De Giorgi–Giusti paper (which will be mentioned again later) shows that this is false in higher dimensions.

Sets of finite perimeter.

I first heard about De Giorgi in 1956 or 1957 when the French mathematician C. Pauc urged me to read De Giorgi's important new papers in the Annali di Matematica and Richerche di Matematica, on sets of finite perimeter (also called at that time Caccioppoli sets). From the Annali paper I first learned about the “slicing formula” which equates the total gradient variation of a function and an integral of the areas of level sets. This formula was used by De Giorgi to show that his definition of set of finite perimeter was equivalent to another definition of Caccioppoli. The slicing formula anticipated the so–called coarea formula, of which it is a particular case.

First main regularity theorem.

In 1961 De Giorgi published two seminal papers in a Seminario di Matematica della Scuola Normale Superiore di Pisa series, which was not I think widely available. This work provided the first big regularity result for the Plateau problem in codimension 1. The proof of this result is an amazing “tour de force”. Starting with a locally area minimizing surface, which is not even known to be locally the graph of a function, De Giorgi managed to prove that the surface is smooth near any point at which it is measure theoretically close to some approximate tangent plane.

Genova workshop.

In August 1962 J. P. Cecconi hosted a workshop at the Università di Genova, at which I first met De Giorgi. In addition to several other Italian mathematicians, E. Reifenberg, from England also attended. Reifenberg had recently written an important 1960 Acta Mathematica paper on the Plateau problem. This workshop had a fundamental role in stimulating further work in geometric measure theory. As Reifenberg said, it was conducted in a kind of “lingua mista”. Despite some language difficulties, many interesting ideas were circulated and taken home for further study.

Visit to the USA.

In 1964 De Giorgi visited Brown and Stanford universities. He came by ship (the Leonardo da Vinci), and I met him in New York. There was a delay of several hours waiting for the passengers to disembark, because of a dock workers strike. During the auto trip from New York to Providence, De Giorgi told me that he had just proved a striking result called the Bernstein theorem for minimal surfaces of dimension 3 in 4 dimensional space. However, there was no mathematics library on the Leonardo da Vinci, and he wished to be certain about the strong maximum principle for elliptic PDEs which he needed in the proof. I assured him that what he needed is OK. We will return to the Bernstein problem in a moment.

During his stay at Brown, De Giorgi gave a series of lectures on what he called “correnti quasinormali”. His approach provided an alternative to the one taken by Federer and myself for normal currents. De Giorgi’s method has the advantage that no use was made of a difficult measure theoretic covering theorem of Besicovitch.

Minimal cones and the Bernstein problem.

In 1969, Bombieri, De Giorgi and Giusti published a truly remarkable paper on area minimizing cones and the Bernstein problem. The results were unexpected, and at least for some analysts contrary to intuition. Speaking only of the Bernstein problem, the question is as follows. Let f be a smooth function of m variables which satisfies the minimal surface PDE in all of m–dimensional euclidean space. Must f be a linear function? This was known for a long time to be true if $m = 2$. It was proved by geometric measure theory methods by De Giorgi for $m = 3$, then by Almgren for $m = 4$ and by J. Simons for $m = 5, 6, 7$. However, Bombieri, De Giorgi and Giusti showed that the result is false for $m \geq 8$.

I was visiting at Stanford during 1968–69, when this startling news arrived. At least one of the analysts there was rather upset, asking "How can a theorem in analysis be true for functions of 7 or fewer variables but not for functions of 8 variables?" After some reflection he achieved peace concerning the matter with the wise observation that the Bernstein problem really belongs to geometry rather than to analysis.

Further remarks.

After the 1960s De Giorgi's work and mine took different directions. However, we kept up a lifelong friendship and saw each other from time to time, both in Pisa and elsewhere. Communication became easier as De Giorgi's English improved and I learned a little Italian. (The other choice was bad French which we mutually decided against early on.) Besides his mathematical work, De Giorgi told me about his trips to Eritrea and his work for Amnesty International. Our last meeting was in 1993 at the 75th birthday conference for Cecconi in Nervi.

Ennio De Giorgi was a mathematician of extraordinary depth and powerful insights. There is a great Italian tradition in the calculus of variations, and among the world leaders in the first part of the 20th century was L. Tonelli. De Giorgi was in every sense a worthy successor to Tonelli. There is a plaque on a wall in the old Università di Pisa building complex concerning Tonelli. While I don't remember the exact wording, it says in effect that Tonelli was both an excellent mathematician and outstanding citizen. The same can be said about De Giorgi, although his good citizenship was shown perhaps in a different style from Tonelli's.

We miss him very much.

4.1.3 Discorso di *E. Vesentini*

I consider it a privilege having been asked to say a few words at the opening of this conference and for having thus been given the opportunity to welcome Ennio De Giorgi's relatives and the many friends and colleagues who gathered here today to honor his memory.

Ennio left us one year ago, but, fittingly, his office in this building has been kept untouched until recently, and it is as he will be back shortly and resume once more his duties at the beginning of a new academic year.

My friends asked me to take part in this opening session only a few days ago, but — even if I were allowed more time — I could not, in any way, prepare something that might look as a systematic account of De Giorgi's mathematical achievements. I can only offer a personal recollection of a friendship that lasted more than forty years.

I am a mathematician and I have been Ennio's colleague, here in Pisa, since 1961, but my scientific interests were quite removed from those of De Giorgi, and I did not have the chance of doing research with him. When we discussed technical mathematics — and that occurred with some regularity when Aldo Andreotti and I were working together on problems of potential theory on complex manifolds. Aldo and I were always on the receiving end: the two of us asking questions and De Giorgi answering in his typical, unassuming, nonchalant way, suggesting answers and approaches that, at first sight, seemed sometime only vaguely related to our original questions. Only afterwards we discovered, more often than not, that he had clearly perceived the real difficulty behind our problems and his answers were correctly focused on something concrete.

We first met in 1951 in Rome, both in our early twenties. We were part of a group of young research fellows in the University of Rome, at the Istituto per le Applicazioni del Calcolo, at the Istituto Nazionale di Alta Matematica: Caligo, Pucci, Capriz, Sce, Bertolini, Aparo, . . . Ennio was an active member of that group, but, going back with my memory to those remote and happy days, I remember him as somewhat insulated from the rest of us. Mathematics is a pervasive activity and has a natural, strong tendency to creep into many apparently remote aspects of daily life. That was particularly true for Ennio, who could stop abruptly whatever might be his temporary occupation and start scribbling garbled mathematical symbols on any peace of paper he could lay his hands on. One could feel — and I felt — that his thoughts were travelling on a different wave–length. Thinking back, I realize that, paradoxically, at that lime his foresight was — in some sense — too farsighted.

I will only mention one episode. In the early fifties, the geometry of differentiable manifolds was booming, in the hands of G. de Rham, K. Kodaira, W. Hodge, H. Hopf. H. Cartan, A. Lichnrowicz, . . . I was studying the theory of characteristic classes on complex manifolds, while Ennio was working on what was known among us as the "ship problem". As an outgrowth of his work, he was trying to introduce new measures fitting the various requirements posed by his original problem. One of the preliminary questions was that of finding a framework for the measure; that is to say, finding a suitable definition of the space carrying the measure and keeping the definition as supple and general as possible. A natural first candidate was obviously a finite dimensional manifold with a higher or lower class of differentiability. Ennio, who notoriously did not like visiting mathematical libraries, asked me to give him a crash course of what we call now differential topology. I did my best, but, at the end of my sketchy description of the most relevant geometric objects related to manifolds (tangent vectors, differential forms, currents, ...), he felt that the measure–theoretic implication of the space being differentiably locally euclidean was too stringent. Thus, he discarded differentiable manifolds as too regular, saying: "Your manifold is locally a ball; my manifold should behave locally as a sponge".

I heard the same word in Torino last year. Dennis Sullivan was delivering the Guido Fubini Lectures on The foundations of geometry, analysis and the differentiable structure of manifolds. In one of his lectures he offered a new, original, exciting reading of Riemann's Habilitationschrift; über die Hypothesen welche die Geometrie zu Grunde liegen. After reviewing the ways of gauging infinitesimal vicinity and classifying different possibilities related respectively to phase signature operators and locally euclidean conformal gauges, signature operators and locally euclidean metric gauges, Dirac operators and locally euclidean differentiable manifold, D. Sullivan concluded foreseeing a manifold looking locally as a sponge. A similar vision to the one De Giorgi had more than forty years before, previous to any substantial work carried out by Sullivan himself, Donaldson, Teleman. Connes, and certainly without any direct knowledge of Riemann's Habilitation Schrift.

After those years in Rome, our careers followed parallel patterns. We won the national competitions for full professorships at the same time, at the end of 1958. I was appointed Professor of Geometry in the University of Pisa, in February 1959. Ennio became Professor of Mathematical Analysis in Messina, in November 1958, and in 1960 moved to Pisa, as Professor of Mathematical Analysis in the Scuola Normale Superiore. In those years, a group of young mathematicians gathered in Pisa, on invitation of Sandro Faedo, who at that time was Rector of the University: Andreotti, De Giorgi, Barsotti, Stampacchia, Prodi and, a little later, Bombieri. Some good mathematics was produced in Pisa in those years, but that is a different story, which has been told already.

In 1961, Andre Weil visited Pisa. The article Sulla differenziabilità e l' analiticità degli estremali degli integrali multipli regolari, that Ennio De Giorgi had published a few years before in the "Memorie dell' Accademia delle Scienze di Torino" had caught the attention of Louis Niremberg and other mathematicians in the United States, in spite of the fact that it was written in italian and had appeared in a Journal not easy to find in mathematical libraries. Weil, well aware of the importance of the result and perhaps guessing already its potential relationship with the solution of the nineteenth problem of Hilbert, tried to convince Ennio to spend some time at the Institute for Advanced Study in Princeton. He did not succeed, and I still have a letter by Weil, where he comments on Ennio's stubborness. However, two years later De Giorgi accepted an invitation to visit the United States, and spent a few weeks of the Winter of 1964 in Providence, R. I., at Brown University. Providence is not far from Cambridge, Mass., where I was spending the academic year 1963-64 with my family, and Ennio came several times to visit us. His visits happened to coincide often with winter-storms in the area, and our little son Massimo saw Ennio has a sort of a friendly snowman appearing amid flurries of snowflakes.

Toward the end of his séjour in the United States, Ennio was invited by Irvin Segal to give a lecture on the Bernstein Problem. I must confess that, while I was driving him to MIT on the day of his talk, I was a little worried. As Bombieri has recalled in his eulogy of De Giorgi in the Accademia Nazionale dei Lincei, Ennio had a fantastic geometric imagination. On the other hand, specific mathematical formulas looked some time a sort of encumbrance to him, whereas his verbal exposition happened to be often crystal clear. But achieving this quality requires mastering the language, and Ennio's english was poor. Well, I was mistaken in worrying. The lecture turned out to be, one of the very good ones I ever listened to, and, in absolute, one of the best delivered until then by Ennio De Giorgi; sentences neatly stated and clearly written on a well organized blackboard, proofs elegantly balanced on their essential points, without redundancies. The reason of the success was, paradoxically, in Ennio's poor knowledge of the language: the fact that it could master only a limited number of english words forced him to spare and cast them exactly in the right spot.

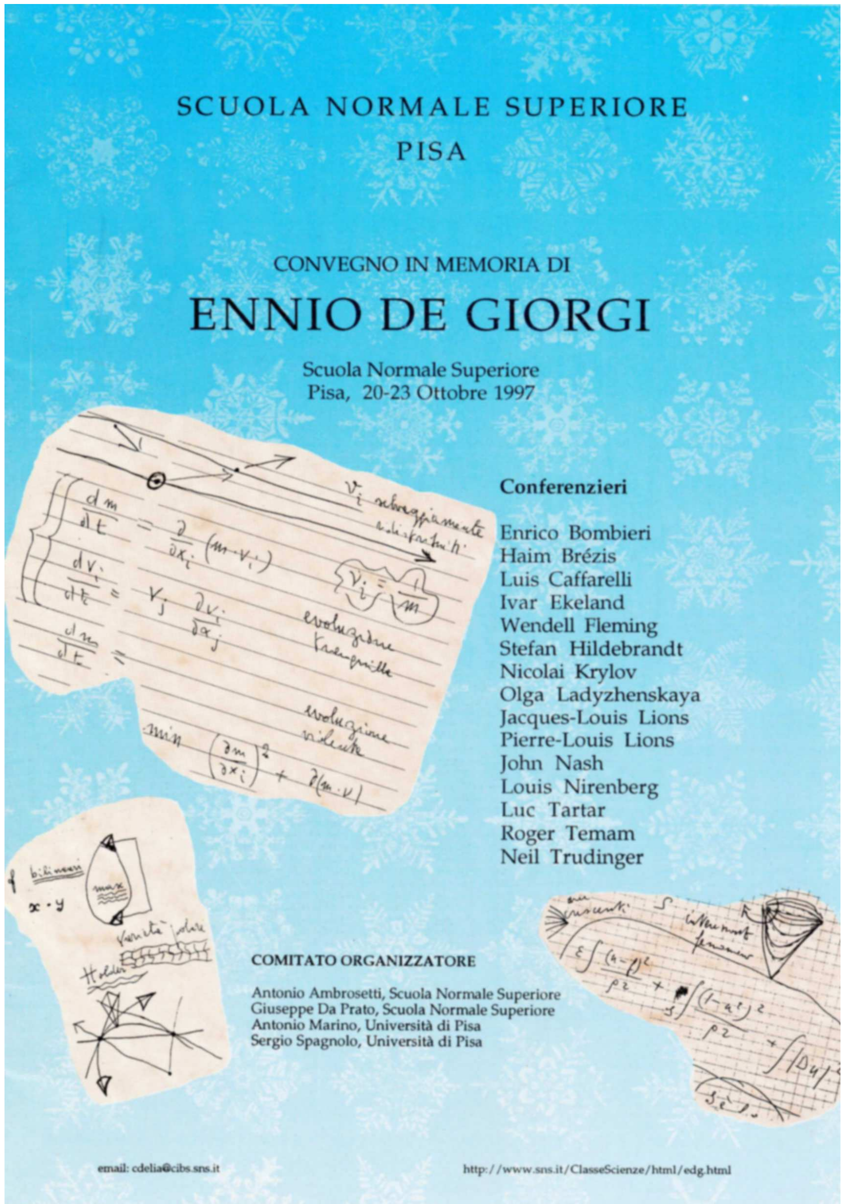
Ennio's teaching was not always so well organized, and it was more effective when addressed to a small group of selected mathematicians. But certainly this fact did not arise from an aristocratic attitude. The clarity of teaching, the necessity of being understood was one of his main worries. If someone in the audience, a student, a colleague, did not follow his arguments, he apologized as if somehow he had failed his duties as a teacher, and was always ready to start again from the beginning.

Coming back to Pisa from Cambridge at the end of 1964, I found Ennio, and together with Luigi Radicati, we resumed our partnership in the entrance examinations to the Scuola Normale Superiore; a demanding job that Ennio discharged with great attention. He was extremely generous with young people when they were in the Scuola, to the point that any decision to expel someone was always taken — when it had to be taken — against his strong opposition. But the admission examination was a completely different story. Grading the candidates was something that he considered a duty to be faced with extreme attention and impartiality. But he believed that a student, ounce admitted to the Scuola Normale, should be given the possibility to develop according to his own intellectual metabolism. The large number of good mathematicians that grew up under his direction — many of whom are present here today — indicate that, ounce more, he was right.

Well, looking from outside, that is all one could say about Ennio De

Giorgi: a great mathematician, a good teacher, a dear friend, a good man. However, the simplicity of his life, his unobtrusiveness should not let us forget the many academic signs of recognition he received in his life: member of the Accademia Nazionale dei Lincei, of the Accademia dei Quaranta, of the Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, of the Accademia delle Scienze di Torino, of the Pontificia Academia Scientiarum, foreign member of the Académie des Sciences and of the National Academy of Sciences of the United States (the first italian mathematician after Vito Volterra); Wolf Prize for Mathematics, Premio del Presidente della Repubblica. Laurea Honoris Causa of the Université de Paris, ...

That is all I have to say, thanking again the organizers of this Conference for having given me the opportunity of bringing back the memory of a personal friendship which lasted for more than forty years and — together with that with Aldo Andreotti and Guido Stampacchia — graced those years and my life.


SCUOLA NORMALE SUPERIORE
PISA
CONVEGNO IN MEMORIA DI
ENNIO DE GIORGI
Scuola Normale Superiore
Pisa, 20-23 Ottobre 1997
Conferenzieri
Enrico Bombieri
Haim Brézis
Luis Caffarelli
Ivar Ekeland
Wendell Fleming
Stefan Hildebrandt
Nicolai Krylov
Olga Ladyzhenskaya
Jacques-Louis Lions
Pierre-Louis Lions
John Nash
Louis Nirenberg
Luc Tartar
Roger Temam
Neil Trudinger
COMITATO ORGANIZZATORE
Antonio Ambrosetti, Scuola Normale Superiore
Giuseppe Da Prato, Scuola Normale Superiore
Antonio Marino, Università di Pisa
Sergio Spagnolo, Università di Pisa
email: cdelia@cibs.sns.it
http://www.sns.it/ClasseScienze/html/edg.html

Lunedì 20 ottobre

9.00 **Prolusione**

10.30 COFFEE BREAK

11.00 **Louis Nirenberg** (Courant Institute)
Some properties of solutions of elliptic equations

12.00 **John Nash** (Princeton University)
On the possibility of an "additive metric theory of gravitation" and space-time

13.00 LUNCH

16.00 **Nicolai Krylov** (University of Minnesota)
Hölder continuity and L^p estimates for elliptic equations under general Hörmander conditions

17.00 COFFEE BREAK

17.30 **Roger Temam** (Université Paris XI),
Long time behaviour of solutions of weakly dissipative equations

Martedì 21 ottobre

10.00 **Haim Brézis** (Université Paris VI)
Lifting, traces and asymptotics for the Ginzburg-Landau functional

11.00 COFFEE BREAK

11.30 **Pierre-Louis Lions** (Université Paris IX)
On ordinary and partial differential equations

13.00 LUNCH

16.00 **Jacques-Louis Lions** (Collège de France)
Remarks on controllability and stiffness

17.00 COFFEE BREAK

17.30 **Neil Trudinger** (Australian National University)
Hessian operators, integrals and measures

Mercoledì 22 ottobre

10.00 **Stefan Hildebrandt** (Universität Bonn)
On minimal surfaces with free boundaries

11.00 COFFEE BREAK

11.30 **Luis Caffarelli** (Courant Institute)
Some issues involving the Monge Ampère equation

13.00 LUNCH

16.00 **Wendell Fleming** (Brown University)
Deterministic nonlinear filtering

17.00 COFFEE BREAK

17.30 **Luc Tartar** (Carnegie-Mellon University)
Homogenization of first order equations

Giovedì 23 ottobre

10.00 **Ivar Ekeland** (Université Paris IX)
Systems of PDE's arising in economic theory

11.00 COFFEE BREAK

11.30 **Ol'ga Ladyzhenskaya** (Russian Academy of Sciences)
On applications of the reverse Hölder inequalities to some hydrodynamical problems

13.00 LUNCH

4.2 INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON FOUNDATIONS IN MATHEMATICS AND BIOLOGY, PONTIFICAL LATERAN UNIVERSITY, ROME, NOVEMBER 26–27, 1998

AIM OF THS SYMPOSIUM

In the second anniversary of his untimely death, we want to commemorate Prof. ENNIO DE GIORGI of the Scuola Normale Superiore of Pisa (Italy), one of the most important scholars in Mathematical Analysis of this century. We want to commemorate him by promoting an International and Interdisciplinary Symposium on a particular and not yet sufficiently known topic of De Giorgi's research during last ten years. The "basic theory" on the foundations of logic and mathematics that he was developing with his collaborators, was aimed indeed to favorite the interdisciplinary dialogue among scholars of different disciplines, both scientific and humanistic.

Ultimately, the theory was developed for giving a contribution to one of the most fascinating debates on foundations. It concerns the theoretical and mathematical basis of the biological sciences, main topic of our meeting.

This symposium is also the first public initiative organized by the INTERNATIONAL RESEARCH AREA ON FOUNDATIONS OF THE SCIENCES (IRAFS), founded on october 1997 at the Pontifical Lateran University. This institution was originally promoted by the same Prof. Ennio De Giorgi and by the Prof. Edward Nelson, from the Dept. of Mathematics of Princeton University (USA), actually General Scientific Advisor of the Area. The aim of this institution is to encourage the international debate on Foundations, as well as the education of young scientists and humanists on these themes.

PROGRAM COMMITTEE: Gianfranco Basti, Pont. Lateran University; George Coyne, Specola Vaticana; Marco Forti, University of Pisa; Ludovico Galleni, University of Pisa; Furio Honsell, University of Udine; Antonio Luigi Perrone, Pont. Lateran University; Ichiro Tsuda, Hokkaido University.

General Chairman: Giovanni Prodi, University of Pisa.

Interventi particolarmente dedicati all'opera di De Giorgi:

M. FORTI, *The Foundational Theories of Ennio De Giorgi*;

L. GALLENI, *Axiomatization of Biology within the Foundational Theory of Ennio De Giorgi*

4.3 The Mathematics of Ennio De Giorgi
S.N.S. Pisa, october 24–27, 2001

Lo scopo del Convegno era duplice: illustrare l' ampio spettro degli interessi e dell' attività scientifica di De Giorgi ed esporre risultati collegati alla sua opera, ottenuti da matematici sparsi nel mondo.

Riportiamo il programma del Convegno

PROGRAM

October 24.

9.00 – 9.10 Opening Adress.
9.10 – 9.20 S. Settis, Direttore Scuola Normale Superiore
9.20 – 9.30 A. Leaci, Direttore Dipartimento di Matematica "Ennio De Giorgi"
9.30 – 11.00 M. Miranda: *"Plateau's problem and the minimal surface equation"*
11.00 – 11.20 coffe break
11.20 – 12.50 S. Spagnolo: *"The contribution of De Giorgi to non–elliptic PDE's: non–uniqueness examples, Cauchy problem in Gevrey classes and surjectivity on the analytic functions"*
Afternoon session
15.00 – 15.55 F. Morgan: *"Area–minimizing surfaces in ambients with singularities"*
16.00 – 16.55 B. Franchi: *"Perimeter and rectifiability in step 2 Carnot groups"*
16.55 – 17.15 coffe break
17.15 – 18.10 F. Honsell: *"Virtuous circles"*

October 25.

9.00 – 10.30 M. Forti: *"The Foundational Programme of Ennio De Giorgi"*
10.30 – 10.45 coffe break
10.45 – 11.40 I. Fonseca: *"Higher order variational problems"*
11.45 – 12.40 G. Buttazzo: *Shape optimization and mass transportation theory"*
Afternoon session
15.00 – 15.55 H Brezis: *"New questions and new results on Sobolev spaces"*
16.00 – 16.55 G. Alberti: *"Jacobians of S^k–valued maps"*
16.55 – 17.15 coffe break

17.15 – 18.10 G. BELLETTINI: *Some remarks on barriers for differential equations"*

October 26.

9.00 – 10.30 E. GIUSTI: *"The contribution of De Giorgi to the regularity theory for elliptic PDE's"*

10.30 – 10.45 coffe break

10.45 – 11.40 U. MOSCO: *"On the metric roots of De Giorgi–Nash–Moser's theory"*

11.45 – 12.40 S. MÜLLER: *"Elliptic and parabolic systems with nowhere smooth solutions"*

Afternoon session

15.00 – 15.55 G. LONGO: *"The foundation of Mathematics as interaction with other sciences, reflections relating to and departing from De Giorgi's foundational approach"*

16.00 – 16.55 A. BRAIDES: *The construction of asymptotic theories by* Γ*–convergence"*

16.55 – 17.15 coffe break

17.15 – 18.10 F. TREVES: *"On the analiticity of solutions of linear PDE"*

October 27.

9.00 – 10.30 G. DAL MASO: *"The early developments of* Γ*–convergence"*

10.30 – 10.45 coffe break

10.45 – 11.40 D. KINDERLEHRER: *A Markov chain paradigm for the brownian motor and its consequences"*.

The Mathematics of Ennio De Giorgi

Scuola Normale Superiore di Pisa
October 24/27, 2001

$$\sum_{h,k} \frac{\partial}{\partial x_h}\left(a_{hk}\frac{\partial u}{\partial x_k}\right) = f$$

The aim of the workshop is, on the one hand, to show the whole range of De Giorgi's scientific activity and, on the other hand, to present contemporary mathematical results in some way connected to his work. To this aim 5 general historical lectures will be delivered by G. Dal Maso (*G*-convergence and Γ-convergence), M. Forti (Foundations of Mathematics), E. Giusti (Regularity Theory), M. Miranda (Minimal Surfaces), S. Spagnolo (Partial Differential Equations). The meeting is also sponsored by the MURST National Research Project "Calcolo delle Variazioni".

Speakers

G. Alberti, G. Bellettini, A. Braides, H. Brezis, G. Buttazzo, I. Fonseca, B. Franchi, F. Honsell, D. Kinderlehrer, G. Longo, F. Morgan, U. Mosco, S. Müller, F. Treves

$$\forall f \exists g \forall a \in \mathrm{Dom}\, f \ \ (g(a) = \{g(x) \mid x \in f(a) \cap A\} \cup (f(a) \setminus A))$$

Organizing Committee

Luigi Ambrosio, Gianni Dal Maso, Marco Forti,
Antonio Leaci, Mario Miranda, Sergio Spagnolo

Registration

Registration is free but mandatory, for organizational purpose.
The deadline for registrations is September 15, 2001.
webpage: http://cvgmt.sns.it/people/degiorgi/workshop

SCUOLA NORMALE SUPERIORE
PISA

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
"ENNIO DE GIORGI"
LECCE

CAPITOLO 5

RICORDI

Riportiamo alcuni ricordi di matematici, colleghi ed amici di De Giorgi, secondo l' ordine cronologico con il quale sono apparsi.

5.1 *M. Emmer,* LIBERTÀ, AMORE, FANTASIA: UNA VITA IN NUMERI

L' ultima intervista del matematico Ennio De Giorgi, morto sabato scorso

Articolo apparso nel quotidiano "L' Unità", il 29 ottobre 1996.

Si sono svolti domenica scorsa a Pisa i funerali di Ennio De Giorgi, uno dei grandi matematici di questo secolo. La sua scomparsa è stata una grande perdita per la cultura italiana. Professore di Analisi Matematica alla Scuola Normale Superiore di Pisa, è stato il maestro di intere generazioni di matematici italiani e stranieri. Nel luglio scorso è stata realizzata un' intervista video ancora inedita; ne pubblichiamo alcuni stralci.

Come si diventa matematici?

Credo che ogni matematico abbia una storia probabilmente diversa da quella degli altri matematici. Per quanto mi riguarda, da bambino avevo un certo gusto a risolvere piccoli problemi ma avevo anche una certa passione per fare dei piccoli esperimenti che si potevano dire se non di fisica, di prefisica. Mi sono poi iscritto al primo anno di ingegneria all' epoca in cui ancora c' erano i corsi comuni di matematici, ingegneri, fisici. E nel corso del primo anno mi sono accorto che la mia vocazione naturale era soprattutto la matematica; io penso che sia stato un grande peccato la separazione fin dal primo anno di matematici, fisici, ingegneri; penso che questo da un lato fa perdere un certo numero di persone che potenzialmente potrebbero essere buoni matematici, ma che inizialmente hanno ancora diciamo una vocazione non differenziata tra matematica, ingegneria e fisica, e in secondo luogo porta anche chi ha una netta predisposizione per la matematica a perdere il contatto vivo con le altre scienze, porta alla fine a un isolamento come mentalità del matematico rispetto a tutte le altre discipline con cui pure invece la matematica deve mantenere un costante rapporto.

Quale è il legame tra la matematica e la realtà fisica, l' irragionevole utilità della matematica?

Credo che sia un mistero il motivo dell' utilità della matematica non solo in fisica, ma anche in biologia, economia eccetera. L' indicazione per me più suggestiva viene dal Libro dei Proverbi, là dove dice che la sapienza era con Dio quando Dio creava il mondo e la sapienza ama farsi trovare dagli uomini che la cercano e la amano; e io penso che la matematica sia una delle manifestazioni più significative dell' amore per la sapienza; come tale la matematica è caratterizzata da un lato da una grande libertà dall' altro da una intuizione che il mondo è grandissimo, è fatto di cose visibili e invisibili e la matematica ha forse una capacità unica tra tutte le scienze di passare dalla osservazione delle cose visibili all' immaginazione delle cose invisibili. Un altro aspetto che forse è un altro dei segreti della forza matematica è la libertà e la convivialità; il matematico ha una libertà che altri scienziati hanno meno o non hanno; pensare alle cose che lo interessano di più, scegliere gli argomenti che ritiene più belli e il modo che ritiene più bello di affrontarli, perfino fissare gli assiomi da cui vuole partire nelle sue successive elaborazioni; d' altro canto il matematico ama il dialogo con gli altri; risolvere un problema matematico senza avere un amico a cui esporre la soluzione e con cui discutere anche la natura del problema e la sua importanza, significa di fatto perdere buona parte del gusto della matematica. Quindi credo proprio che la caratteristica della forza della matematica sia proprio questo saper unire libertà di iniziativa e capacità del singolo di lavorare da solo, nello stesso tempo disponibilità e anzi necessità del dialogo con colleghi più informati o comunque disposti, anche se meno informati, ad ascoltarli, a commentare i nostri discorsi; disponibilità al dialogo con studiosi di altre discipline, della filosofia, dell' arte, con studiosi in materie letterarie o umanistiche; questo doppio aspetto della matematica secondo me è il motivo del suo fascino e forse anche il segreto della sua stessa forza; il segreto di capire il mondo senza dimenticare le famose parole di Shakespeare *Vi sono più cose in cielo e in terra di quante ne sogni la tua filosofia.* Questo spiega perché in matematica non c' è conflitto fra innovazione e amore per la tradizione di ciò che di grande e di bello hanno fatto i matematici che ci hanno preceduto; anzi le due cose si completano e si armonizzano; uno capisce la forza del teorema di Pitagora quando si arriva agli spazi ad infinite dimensioni di Hilbert e scopre che anche là c' è l'equivalente del teorema di Pitagora; e questo fa parte anche di una visione più ampia: l' idea che la scienza sia parte della sapienza, che ci sia uno stretto legame tra scienza e diritti umani; è molto bello l' articolo (della Dichiarazione Universale dei Diritti dell' Uomo) sulla scuola che raccomanda non solo la tolleranza ma anche la comprensione e l' amicizia tra le varie nazioni e i vari gruppi religiosi; la comprensione e l' amicizia sono due nozioni che spesso sono dimenticate quando si parla di tolleranza; la tolleranza pura è un sentimento molto povero; unito alla comprensione e all' amicizia fa veramente progredire tutta la personalità umana, e quindi le scienze che non possono andare avanti senza comprensione e amicizia tra gli scienziati. Per me l' idea della resurrezione, l' idea che la vita non finisce nel breve arco degli anni che abbiamo, l' idea che anche le persone carissime che sono morte vivono in qualche modo ancora, questo è uno degli elementi fondamentali della mia vita e anche della mia attività di ricerca. Devo dire che posso continuare a studiare, immaginare cose nuove anche ad una età in cui sono verso la fine della carriera accademica, perché è un tragitto in cui fino all' ultimo devo amare la sapienza in modo completo sperando che quest' amore continuerà anche se in altre forme dopo la morte.

Quale è il ruolo della creatività in matematica, è comparabile con quello di altre discipline della attività umana?

Io penso che all' origine della creatività in tutti i campi ci sia quella che io chiamo la capacità o la disponibilità a sognare; a immaginare mondi diversi, cose diverse, a cercare di combinarle nella propria immaginazione in vario modo. A questa capacità forse alla fine molto simile in tutte le discipline: matematica, filosofia, teologia, arte, fisica, biologia, si unisce poi la capacità di comunicare i propri sogni; e una comunicazione non ambigua richiede anche la conoscenza del linguaggio, delle regole interne di diverse discipline. Credo che ci sia una capacità di sognare generalmente indistinta e poi vari modi di comunicare in modo non ambiguo questi sogni. Quello che vorrei apparisse chiaro con questa intervista è l' idea che ho maturato con il passare degli anni: un fondo comune di tutte le scienze e le arti, il senso della sapienza come base comune di cui poi tutte le varie discipline sono tante facce; il fatto che dobbiamo distinguere perché la natura umana, il linguaggio umano ha bisogno per essere chiaro e non ambiguo di fissare di volta in volta certi riferimenti locali e specialistici. Nello stesso tempo non dobbiamo chiuderci nella specializzazione, chiuderci nella matematica, chiuderci addirittura in un ramo della matematica se non vogliamo insterilire la nostra creatività. Il consiglio che do' a tutti: pensate con grande libertà ma poi sforzatevi di tradurre i pensieri in una forma realmente comprensibile, realmente chiara e non ambigua e provate a comunicarli ad altri amici, ad altre persone per vedere se avete trovato la forma giusta.

5.2 *M. Miranda, R. Leonardi,* UN MAESTRO PER VOCAZIONE

Articolo apparso in "Galileo" (Giornale di scienza e problemi globali) il 2.11.1996

Nell' autunno del 1959, come ogni autunno, la Scuola Normale Superiore di Pisa accoglieva fra le sue mura austere le matricole vincitrici del concorso di ammissione, gli allievi più anziani, gli assistenti e i professori; iniziava un nuovo Anno Accademico, in un intreccio di giovanili aspettative, intense fatiche, lunghissime discussioni, illuminanti lezioni e legittimi svaghi. Fu in quell' atmosfera e in quelle circostanze che ci incontrammo per la prima volta fra noi e con Ennio De Giorgi.

*

Proprio in quell' autunno, Ennio iniziava il suo servizio di eminente professore di Analisi matematica alla Scuola Normale Superiore; uno di noi (M. M.) iniziava, dopo essersi laureato nella Scuola stessa, la sua carriera accademica, l' altro (R. L.) intraprendeva, dopo aver vinto il concorso di ammissione, il suo iter di studente universitario di Fisica. Rappresentavamo, per così dire, tre generazioni accademiche: il Professore, depositario della verità scientifica, l' assistente neofita, la matricola: tre mondi che generalmente comunicano solo in una direzione, data la distinzione dei ruoli e dell' esperienza.

*

Ma Ennio aveva ben altra concezione dell' insegnamento e del principio d' autorità. Il privilegio di poter organizzare la nostra vita quotidiana dentro la scuola, in continuo reciproco contatto, ci fece ben presto scoprire le doti più preziose dello scienziato De Giorgi, doti che hanno fatto di lui un maestro un maestro, nel senso più profondo del termine.

*

La sua curiosità, la sua gioia di vivere, la sua naturale disponibilità a condividere il suo pensiero con i suoi allievi, ad affrontare con la sua eccezionale creatività problemi nuovi a voce alta, a ispirare i suoi collaboratori senza spogliarli del gusto per la scoperta, a favorire i contatti fra quanti avevano in lui un punto di riferimento per la propria attività di ricerca, seppero non solo porre le basi di una solidissima scuola di matematica, ma anche creare irripetibili condizioni per lo sviluppo e il consolidamento di profonde amicizie, per l' abitudine al rispetto delle idee altrui, per il rigore intellettuale.

*

Ennio fu matematico per vocazione ("per volontà di Dio", come ebbe a dire un suo professore) e la sua vita fu invasa da questa vocazione, lasciandogli poco spazio per la creazione di una sua propria famiglia. Questo, lungi dall' isolarlo, lo rese più partecipe alle vicende di tutti noi, seguendoci nello sviluppo delle nostre carriere scientifiche, incoraggiandoci a percorrere esperienze nuove, in breve, accompagnandoci in quel complesso processo che ha fatto di ciascuno di noi un uomo maturo.

*

Ennio ha regolarmente frequentato le nostre famiglie, imparando a conoscere le nostre compagne e i nostri figli, non stancandosi mai però di additarci, con grande discrezione, mete importanti.

*

Il suo interesse e il suo coinvolgimento per i paesi in via di sviluppo (per anni collaborò alla creazione di un' università in Eritrea), le sue pubbliche denuncie delle ingiustizie (fu membro attivo di Amnesty International), la sua continua ricerca della trascendenza (fu profondo credente) sono stati per noi uno stimolo continuo.

*

La sua genialità fu sempre motivo di stupore per noi, ed una costante riscoperta, che ha costellato anche gli anni in cui ci allontanammo (non senza il suo consenso) da Pisa, per sviluppare, ciascuno nei propri campi, le nostre iniziative scientifiche a Trento.

*

Da allora Ennio, che ha profondamente amato la montagna, fece di Trento non solo un punto obbligato per i suoi itinerari turistici (decine di escursioni nelle Dolomiti insieme agli allievi e ai collaboratori), ma anche una tappa importante dei suoi itinerari scientifici.

Ne ebbe in cambio una enorme ammirazione ed un profondo affetto da tutti noi.

5.3 *A. Marino,* Ennio De Giorgi, uno dei più grandi matematici del mondo. Lo scienziato della solidarietà e dei diritti umani

Articolo apparso nel quotidiano "Il Tempo", inserto di Napoli, del-l' 1 aprile 1997

Un uomo veramente geniale e veramente buono. Coloro che hanno conosciuto Ennio De Giorgi, scomparso a Pisa lo scorso 25 ottobre, sanno quanto questo giudizio su di lui sia profondamente vero. De Giorgi è stato uno dei più insigni scienziati di questo secolo e il suo valore è stato riconosciuto con il conferimento dei massimi premi internazionali e con l' associazione ad alcune delle più prestigiose accademie.

Ma colpiva moltissimo anche la straordinaria ampiezza dei suoi interessi umani e spirituali che permeava i suoi rapporti, la sua cultura e la sua stessa ricerca scientifica. De Giorgi cercava di sondare la realtà profonda dei problemi studiati e nello stesso tempo, con i suoi originali studi di logica, i collegamenti reconditi fra le più diverse discipline: la matematica (compresa l' informatica), la filosofia, la religione e le altre espressioni dello spirito umano. Riflettendo oggi sulla sua vita si può affermare che egli ha volutamente cercato una sintesi fra bontà e intelligenza, convinto che esse siano i lineamenti diversi di uno stesso volto, che nella sua profonda fede cristiana era il Volto di Dio.

Lo scienziato e il maestro.

Nato a Lecce l' 8 febbraio del 1928, Ennio De Giorgi manifestò fin da giovanissimo delle straordinarie doti scientifiche.

Nel 1956 si impose all' attenzione della comunità scientifica internazionale con la soluzione del "XIX problema di Hilbert". David Hilbert (1862-1943), una delle colonne del pensiero scientifico moderno, nel Congresso Internazionale di Matematica di Parigi del 1900 aveva proposto alcuni problemi insoluti che costituivano dei passaggi fondamentali per l' Analisi matematica e per la scienza. Molti di questi problemi diedero origine a nuovi metodi e a nuove scoperte, anche alcuni di quelli che, come il diciannovesimo, sarebbero rimasti a lungo senza risposta [1]. La soluzione di De Giorgi aprì un importante e ricco filone di studi.

Tutta la ricerca scientifica di De Giorgi è stata caratterizzata dalla vastità di orizzonti, e le sue idee ed i suoi nuovi metodi lo hanno portato a elaborare teorie di grande portata: la teoria delle superfici "minime", con

[1] *Mathematical developements arising from Hilbert Problems,* Proceedings of Symposia in Pure Mathematics, vol XXVIII, Americal Mathematical Society.

la risoluzione negli anni sessanta del problema di Plateau sulle proprietà isoperimetriche della sfera e la teoria delle superfici minime, la teoria della $gamma$–convergenza negli anni settanta, la teoria delle curve di evoluzione associate a vari tipi di funzionali e l' evoluzione delle superfici e di altri enti geometrici negli anni ottanta e novanta.

Se gli studi precedenti rientrano nel "calcolo delle variazioni", nel quale fu maestro, De Giorgi ottenne fondamentali risultati anche in altri campi come nello studio del problema di Cauchy negli anni cinquanta e nella risolubilità delle equazioni analitiche nei primi anni settanta.

Profondamente innovatori furono anche i suoi studi sulla logica e sui fondamenti della matematica che negli anni novanta lo portarono a formulare una "teoria base" la cui idea centrale che gli oggetti della Matematica sono caratterizzati dalle loro "qualità" e non solo dalle loro "quantità"; viene posto in tal modo un principio scientifico tendenzialmente non riduzionista alle basi stesse dei ragionamenti logici.

Su quelle idee sono nate diverse scuole di ricerca, alle quali contribuiscono matematici di tutto il mondo.

Lo studio di De Giorgi nella Scuola Normale Superiore di Pisa era diventato la meta di studiosi italiani e stranieri, dai più giovani ai più esperti e famosi, che volevano scambiare con lui idee e progetti. Con gli allievi e i collaboratori aveva una dote eccezionale: era capace di far fiorire le loro capacità, immergendoli in un affascinate orizzonte scientifico e in un rapporto umano di alto livello.

Per comprendere il suo amore per la scienza e la sua predilezione per la collaborazione si può ricordare il suo costante riferimento alla Sapienza biblica, una Sapienza che non si identifica in una particolare dote umana ma che va ricercata in ogni pensiero e in ogni atto, una Sapienza "conviviale" che è aperta a tutti e invita tutti:

> *Venite, mangiate il mio pane, bevete il vino che ho preparato. Abbandonate l' ingenuità e vivrete, camminate nella mia intelligenza!*
> (Proverbi, 9, 1-5)

La difesa dei diritti umani.

La solidarietà con tutti, portò De Giorgi ad impegnarsi in campagne internazionali per la difesa dei diritti umani in ogni parte del mondo. Nel 1974 una azione sorretta da uomini di molti Paesi, in gran parte scienziati, portò alla liberazione di Leonid Pliusc, il matematico ukraino detenuto per motivi di opinione in un ospedale psichiatrico in Unione Sovietica.

In quel periodo si assistette alla rinascita della "speranza" nei rapporti internazionali, le iniziative in favore di persone non violente imprigionate solo per le loro opinioni ("razza", religione.....) si moltiplicavano in tutto il mondo. In collaborazione con Amnesty International ottenemmo altre liberazioni, come quella di José Louis Massera, uomo politico uruguaiano, detenuto ed anche torturato per le sue opinioni politiche.

De Giorgi aveva molta fiducia nel valore impegnativo che la Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10. XII. 1948, poteva avere per gli Stati che fanno parte dell'ONU. Egli la riteneva un testo semplice ed efficace.

> *È importante il fatto che il preambolo della Dichiazione parli apertamente della fede nella dignità dell' uomo: in fondo ci dice che all' origine del diritto e della giustizia, non c' è il risultato di una indagine scientifica ma c' è un atto di fede, e dalla fede nella dignità dell' uomo discendono tutti i diritti umani....*[2].

Un appello.

Da alcuni anni De Giorgi insisteva sulla necessità di inserire la Dichirazione dei Diritti Umani nella Costituzione italiana. Rivolgiamo ancora per lui questo appello a tutta l' opinione pubblica, al Presidente della Repubblica e ai Presidenti della Camera e del Senato.

Le realtà invisibili.

Spesso De Giorgi discuteva del senso della ricerca scientifica e questo è uno dei temi principali dei suoi numerosi scritti "sapienziali". Vorrei qui cercare di comunicare almeno un aspetto di quelle affascinanti prospettive che egli sembrava proporci con una intima gioia.

> *Continua pure a sorprendermi il riemergere di alcune strutture matematiche nei più diversi campi delle scienze naturali e della tecnica, simile ad un motivo che si ripresenta in varie parti di una sinfonia.*
>
> *Questo ci ricorda le idee di Pitagora sulle sfere celesti, il salmo che comincia con le parole: "i cieli narrano la gloria di Dio", o la frase di Einstein: "Dio è sottile ma non malizioso". Il significato ultimo del pensiero matematico risiede secondo me nell' idea di una sottile complessa armonia fra tutte le realtà visibili e invisibili* [3].

Gli orizzonti scientifici e spirituali di De Giorgi erano vastissimi, ma su quelle "realtà invisibili" vorrei fare qualche considerazione, soffermandomi su *uno* dei significati *scientifici*, e precisamente matematici, di questi invisibili. Naturalmente esporrò le cose a modo mio.

Gli enti matematici e la realtà.

C' è un atteggiamento scientifico che percorre tutta la matematica: l' idea di cogliere qualche elemento di quelle che chiamerei le "strutture nascoste"

[2]*La matematica e la Sapienza,* in Ennio De Giorgi, "Riflessioni su Matematica e Sapienza", Quaderni dell'Accademia Pontaniana, 1996.

[3]*Una conversazione con Ennio De Giorgi,* in "Riflessioni ...", cit.

delle cose, nella fiducia, o, per chi lo preferisce, nella finzione, che "esista" davvero una struttura nascosta da indagare.

Si tratta di quella "struttura nascosta" che comprende ad esempio l' idea di numero, idea fondamentale nella scienza e probabilmente in tutti i nostri ragionamenti. Si tratta di quella struttura costituita da enti logici, e in particolare matematici, che ci permettono di "capire" qualcosa del *grandissimo libro* della natura, che, come scrive Galileo Galilei (1564-1642), *è scritto in lingua matematica*[4].

Riguardo a questo universo ed alla sua "esistenza" si può citare per esempio questo brano tratto da una conferenza divulgativa di De Giorgi:

> *Gli "enti matematici" possono essere considerati da tre punti di vista. Un primo punto di vista quello secondo cui gli enti matematici esistono in sé; cioè ad esempio esistono effettivamente l' insieme di tutti i numeri interi, l' insieme di tutte le rette, dei cerchi, dei quadrati. Un secondo punto di vista concerne gli oggetti fisici che rappresentano gli enti matematici. Un terzo punto di vista riguarda poi il mondo delle formule, degli assiomi, del linguaggio tecnico mediante il quale questi enti vengono descritti. Questi tre mondi sono strettamente collegati fra di loro ma non sono la stessa cosa*[5].

È interessante l' esempio che in quello stesso testo De Giorgi porta per mettere bene in evidenza la differenza che intercorre fra tutti i quadrati che è possibile disegnare ed il quadrato ideale, che è l' oggetto proprio dello studio del matematico. Egli si serve del teorema (tramandatoci dalla scuola pitagorica del IV secolo a.C.) che afferma che il lato del quadrato e la sua diagonale sono "incommensurabili" e cioè che non è possibile "misurare" la diagonale del quadrato usando come unità di misura un sottomultiplo del lato: per quanto questo sottomultiplo sia piccolo, esso non sta esattamente un numero intero di volte nella diagonale. In altre parole il rapporto fra le lunghezze del lato e della diagonale non è esprimibile con il rapporto fra due numeri interi, e cioè con un numero "razionale". D' altra parte non è assolutamente possibile disegnare un quadrato che metta in evidenza questa proprietà perché non è possibile distinguere in un disegno i numeri razionali dagli altri. *Quindi questo è un esempio di una proprietà centrale del concetto matematico di quadrato che non ha nessun riscontro in quelle che sono invece le proprietà visibili dei quadrati disegnati*[6].

Un altro esempio famoso di enti matematici "sottesi" alla realtà è dato dai concetti di derivata e di equazione differenziale; si può dire che essi

---

[4]*La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non si impara a intendere la lingua, a conoscer i caratteri nei quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri sono triangoli, cerchi, ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola*, GALILEO GALILEI, Il Saggiatore.

[5]*Sviluppi dell'Analisi funzionale del Novecento,* in "Riflessioni su Matematica e Sapienza", cit.

[6]ibidem

siano stati “fatti vivere” da Newton per esprimere la sua grandiosa unificazione contenuta nelle leggi della dinamica che regolano il movimento dei corpi nei cieli e sulla terra, dall’ oggetto più vicino e familiare a quello più inaccessibile e sconosciuto.

Enti logici, dunque, legati in relazioni logiche (come le equazioni) che permettono grandiose descrizioni della natura. In questo universo nascosto, che lo si pensi “esistente” o no, si scoprono collegamenti profondi e inattesi fra cose che, direi “nella loro parte visibile”, appaiono a volte del tutto estranee l’ una all’ altra.

Gli “spazi di funzioni”.

Sono moltissimi i problemi che consistono nell’ individuare alcune proprietà delle funzioni che soddisfano una equazione associata ad un certo fenomeno (fisico, chimico, economico...). Sono funzioni per esempio la distribuzione delle temperature nei vari punti di un corpo o la distribuzione nei vari istanti di tempo della posizione di un corpo in movimento.

Gli “spazi di funzioni” sono spazi nei quali il matematico si muove pensando alle proprietà geometriche dello spazio fisico, ma sono costituiti non dai “punti” dello spazio fisico, ma da “funzioni”, e sono realmente utili per comprendere ed inquadrare il comportamento di molte equazioni che descrivono fenomeni della realtà visibile. Uno spazio di funzioni è ad esempio costituito da tutte le ipotetiche distribuzioni di temperatura nei vari punti di un corpo, comprese le distribuzioni che *non* sono fisicamente possibili. Così tutte le distribuzioni pensabili, *possibili o no*, nei diversi istanti di tempo, delle posizioni di un corpo in movimento costituiscono un altro esempio di spazio di funzioni.

A differenza dello spazio fisico che ha tre dimensioni, molti spazi di funzioni hanno infinite dimensioni, e tuttavia il matematico che ricerca la soluzione di un problema regolato da una certa equazione, (ad esempio la distribuzione delle temperature in un corpo in certe condizioni) “esplora” il corrispondente spazio di tutte le distribuzioni pensabili alla ricerca di quella che veramente si attua, con un atteggiamento mentale e con degli strumenti geometrici spesso *analoghi a quelli usuali nell’ ordinario spazio fisico tridimensionale*.

La grande opera dei matematici del XX secolo è stata precisamente quella di studiare la struttura geometrica di tali spazi, di vedere che in questi spazi i cui elementi sono funzioni, si possono trasferire molti concetti, come quello di “geodetica”, o quello di “linea di livello”, propri della geometria elementare.[7]

Questo brano ci porta a fare almeno un cenno ad un argomento che era impossibile evitare dato che De Giorgi ne era un appassionto cultore: il “calcolo delle variazioni”. Vi sono molti problemi, per esempio del tipo di quelli appena citati, che sono “variazionali” . Si tratta di problemi che possono

[7] ibidem

essere inquadrati introducendo opportuni spazi di funzioni nei quali, *come su una carta geografica, si trovano i monti e le vallate*: le vette dei monti, i punti più bassi delle valli ed anche i punti di "sella", e cioè i "passi" che mettono in comunicazione due valli vicine, *sono proprio le funzioni che risolvono l' equazione* associata al problema. E le analogie si possono moltiplicare. Insomma l' uso della nostra comune esperienza nell' affrontare un problema in un opportuno spazio di funzione è di una efficacia ed anche di una bellezza estetica che stupiscono e meravigliano.

Il teorema di Gödel: l' "incompletezza" dei nostri ragionamenti "formali".

Vorrei fare ancora un solo passo nella breve "esplorazione" di questo universo logico nascosto, che ci riserva infinite sorprese, citandone un' altra fondamentale proprietà: potremmo dire che *questo universo non ha confini*. Credo infatti che così si possa interpretare una scoperta decisiva della logica matematica, la disciplina che studia le basi stesse del ragionamento, e precisamente il teorema di "incompletezza" di Kurt Gödel[8] (1906-1978). Questo teorema *mette in discussione la nostra capacità di fondare in modo "formalmente" sicuro i nostri ragionamenti*. De Giorgi lo citava spesso, cercando di metterne in evidenza la grandissima portata filosofica.

Per intuire qualcosa di questi bellissimi studi, possiamo fare un rapido cenno ai procedimenti "formali" e agli "assiomi" fondamentali della matematica. Devo premettere che la logica matematica non è la mia materia; la mia disinvoltura intende solo incoraggiare la discussione su un argomento difficile ma di grande interesse culturale.

Negli ultimi anni del secolo scorso, con le ricerche sui fondamenti della matematica, erano state incontrate sensazionali "antinomie", e cioè enunciazioni contraddittorie, come quella scoperta nel 1899 da Georg Cantor (1845-1918) sugli insiemi con infiniti oggetti, che avevano mostrato come non ci si può affidare del tutto all'intuizione nemmeno nelle nozioni matematiche apparentemente più elementari. Per rendere "sicuri" i loro procedimenti alcuni matematici si impegnarono nella loro "formalizzazione". Si era infatti scoperto che si può introdurre un certo numero di simboli logici in modo tale che i ragionamenti matematici possano essere interamente espressi mediante sequenze di tali simboli e con una proprietà decisiva: la correttezza di un ragionamento corrisponde al fatto che la sequenza che lo esprime obbedisce a precise *regole formali, indipendentemente* dalla nostra interpretazione del significato concreto del procedimento in questione, e dalle nostre intuizioni al riguardo. Si pensi, per analogia, al calcolo aritmetico, che è corretto se obbedisce alle regole della aritmetica elementare, indipendentemente dai particolari oggetti ai quali di volta in volta viene applicato (caramelle, chili di mele, litri di carburante, eccetera).

[8]Vedi ad es. PAUL J. COHEN, *La teoria degli insiemi e l' ipotesi del continuo,* Feltrinelli.

A questo punto occorre riflettere sul fatto che qualsiasi sistema logico, ad esempio la matematica, deve poggiare necessariamente su alcuni "assiomi" iniziali dai quali partire: dati per buoni quelli, e cioè fissati chiaramente gli oggetti e le regole con cui possono essere maneggiati, da lì in poi si può procedere in modo "rigoroso". Si può dire che la celebre antinomia sugli insiemi[9] trovata nel 1902 da Bertrand Russel (1872-1970) mostrò che, *nonostante la formalizzazione dei procedimenti logici*, la stessa nozione di "insieme" di oggetti non poteva essere lasciata all' intuizione, per quanto essa sembri elementare, ma che era necessario regolarne l' uso mediante opportuni assiomi "iniziali". Di importanza fondamentale fu l' introduzione nel 1908, del sistema di assiomi[10] di Ernst F. F. Zermelo (1871-1953), che evita tutte le antinomie note.

Si diffuse così la fondata speranza che "formalizzazione" e "assiomatizzazione" avrebbero risolto ogni problema realizzando finalmente in modo compiuto il mito della "certezza matematica".

Ma si poneva, naturalmente, un problema essenziale: è possibile essere sicuri che un giorno non vengano trovate, magari dopo un numero enorme di passaggi, nuove antinomie? Più precisamente, è possibile dimostrare in modo *formale*, e quindi "ineccepibile", che non è possibile dedurre dagli assiomi due proposizioni contraddittorie? Attorno a questo problema si accanirono le ricerche all' inizio del secolo, con la fiducia di molti, mi pare, di poter rispondere positivamente al quesito. Ma nel 1930 Kurt Gödel dimostrò il contrario, lasciando di sale un sacco di studiosi.

Approssimativamente il teorema di Gödel dice che, dato un qualunque sistema logico che contenga almeno l' aritmetica (insomma i numeri interi), non è possibile dimostrare *dal suo interno* che esso non è contraddittorio. Per valutarne la non contraddittorietà, occorre ambientarsi in un più ampio sistema di assiomi, ma allora anche per quest' ultimo si ripropone il problema, e siamo daccapo.

È chiaro che questo teorema ha una importanza enorme, e che, in particolare, diventa essenziale un "atto di fiducia" iniziale dei matematici nella "ragionevolezza" del sistema di assiomi di base. Devo anche dire che questa "incertezza" aggiunge maggior sapore alla ricerca, perché le scelte fondamentali non sono razionalmente assicurate ma sono un "rischio" che riguarda la nostra responsabilità e che decidiamo di correre facendo anche ricorso all' "intuizione", al "buon senso", al "senso dell'armonia", insomma a tutte le nostre virtù "sapienziali", per usare un termine assai caro a De Giorgi.

Parlando con De Giorgi del risultato di Gödel, una volta dissi che esso mette in evidenza un limite della mente umana. Egli non fu d'accordo sul punto di vista. Non ricordo bene le sue parole esatte, ma grosso modo mi disse che quel teorema mostra non che la nostra ragione ha un limite ma

[9] Vedi ad es. R. COURANT E H. ROBBINS, *Che cos' è la Matematica,* Boringhieri

[10] Vedi ad es. PAUL J. COHEN, cit.

piuttosto che *è l'universo che noi esploriamo che non ha limite*: quando cerchiamo di arrivare ai suoi confini, troviamo che essi sono spostati più in là, all' infinito. Mi rendo conto che sto parlando di questo Universo come se esso "esistesse" davvero. Devo però dire che se alcuni matematici ritengono che gli enti matematici abbiano una qualche forma di esistenza, altri pensano che la matematica si *riduca* alle pure formule costituite da quelle sequenze di simboli di cui abbiamo parlato. Intorno a questo profondo problema filosofico le posizioni sono molto variegate. De Giorgi, che dava estrema importanza ai contenuti "reali" della matematica, riteneva che il confronto fra i diversi punti di vista sul problema fosse fonte di idee preziose e interessanti. Egli citava spesso una frase tratta dal quinto atto dell'Amleto di Shakespeare:

> *Vi sono pi cose in cielo e in terra, Orazio, che non ne sogni la tua filosofia*.

5.4 *M. Carriero,*
IL LEGAME DELLA SCIENZA

Intervento tenuto il 19 gennaio 1997 a Lecce in occasione della manifestazione "Dal Salento all' Infinito" in ricordo di Ennio De Giorgi, organizzata dall' Ass. culturale "D. Grasso".
Il testo è tratto da "Ennio De Giorgi" (a cura di L. Carlino), Lions Club Lecce Host 1997 – '98, 37–51.

La scomparsa di Ennio De Giorgi, avvenuta il 25 ottobre scorso a Pisa, dov' era Ordinario di Analisi Matematica algebrica e infinitesimale alla Scuola Normale Superiore, suscita tuttora profonda commozione nella comunità scientifica nazionale e internazionale e nel cuore di tutti coloro che hanno avuto la ventura di condividere i Suoi pensieri, il Suo alto insegnamento di scienza e di vita.

Commemorare oggi De Giorgi non è solo un giusto omaggio al Maestro, ma è anche, attraverso momenti di riflessione sulla vita, l' opera e gli ideali che Egli ha affermato e che ha generosamente lasciato come eredità culturale e spirituale, una delle prime occasioni dell' impegno, gravoso, ma esaltante, a non disperdere la Sua lezione umana di Scienziato, di intellettuale modesto e geniale, di Uomo grande, fiducioso nella intima coerenza tra ragione e Fede cristiana, di umile servo della Sapienza.

Per questi motivi, con sentimenti di affetto e di riconoscenza dovuti al Suo alto magistero e all' amicizia che ha donato alle nostre famiglie, ho accettato senza esitazione l' invito a ricordare Ennio De Giorgi.

Confesso che ho avuto subito l' impressione di aver assunto un compito superiore alle mie forze e ho avvertito forte il timore di non riuscire a rappresentare la giusta immagine di una personalità tanto ricca e originale.

Sono pure consapevole che le mie parole poco potranno aggiungere a quella autentica ricchezza che tanti custodiscono per il fatto che hanno avuto il privilegio di conoscerLo. Tuttavia ritengo estremamente importante tentare, anche a rischio di riuscire con la mia esposizione insufficiente e imperfetto, di far conoscere a persone di varia formazione e di diversi interessi culturali, le motivazioni fondamentali della ricerca scientifica, l' impegno fermo e generoso a favore dei diritti umani, la forza dell' alta coscienza morale di De Giorgi.

*

Ennio De Giorgi era nato a Lecce l' 8 febbraio 1928. Laureato nel 1950 in Matematica presso l' Università di Roma col Prof. Mauro Picone, discutendo una tesi sulla teoria della misura, dal 1958 è stato Professore ordinario e dall' anno successivo ha ricoperto la cattedra di Analisi Matematica algebrica e infinitesimale presso la Scuola Normale Superiore di Pisa, da dove ha svolto un ruolo insostituibile di Maestro illuminato.

Anche se la grandezza di uno scienziato della Sua levatura non si misura esclusivamente dai riconoscimenti, ricordo che Egli è stato Socio dell' Accademia Nazionale dei Lincei (Socio corrispondente dal 1978 e Socio nazionale dal 1986), Membro dell' Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, dell' Accademia Pontaniana, della Pontificia Accademia delle Scienze, dell' Accademia delle Scienze di Torino, dell' Istituto Lombardo. Nel 1995 è stato nominato Socio straniero dell' Accademia di Francia e dell' Accademia Nazionale delle Scienze degli Stati Uniti.

Gli sono stati conferiti vari prestigiosi riconoscimenti, fra cui la laurea *Honoris Causa* in Matematica nel 1983 dall' Università di Parigi VI, il premio Wolf per la Matematica dallo Stato di Israele nel 1990, la laurea *Honoris Causa* in Filosofia nel 1992 dall' Università di Lecce.

De Giorgi godeva della stima profonda della comunità matematica internazionale ed era giustamente amato da tutti coloro che Lo avevano conosciuto. Con Lui è scomparso uno dei più grandi matematici di questo secolo, un Uomo che ha saputo indirizzare le menti alla Sapienza e aprire i cuori alla Speranza.

Figlio tra i più eletti, riposa nel cimitero di Lecce, Sua città natale tanto e intensamente amata.

La produzione scientifica di De Giorgi è stata sempre caratterizzata da idee innovative che hanno portato fondamentali contributi nel campo del Calcolo delle Variazioni, delle Equazioni alle Derivate Parziali e della Teoria Geometrica della Misura.

Il Suo lavoro è stato sempre sorretto da una grandezza d' animo che Lo portava ad affrontare problemi difficili ed interessanti, tutti fortemente motivati, pervenendo alla elaborazione di diverse teorie di ampia applicabilità e di importanza decisiva per lo sviluppo della matematica.

Interessanti esempi da Lui costruiti hanno consentito di definire i confini di alcune teorie e di suggerire espressive formulazioni di nuove classi di problemi.

Certamente la filosofia implicita del Calcolo delle Variazioni (che è l' arte di trovare soluzioni ottimali e di descriverne le proprietà essenziali) ha esercitato sul Maestro un fascino particolare, per quella sorta di armonia, di ordine dell' universo che già i principi variazionali della fisica rivelano.

De Giorgi ha dimostrato originalità e autonomia di pensiero sin dai primi lavori scientifici, superando brillantemente delicate difficoltà con idee nuove e adeguati strumenti analitici di approccio, che evidenziavano abilità tecnica e fine sensibilità matematica, rigore estetico ed etico ad un tempo.

Affrontando, ancora giovanissimo, il problema della più ampia validità della formula di Gauss–Green (che in casi particolari era nota dalla prima metà dell'Ottocento) Egli elaborò una *teoria generale della misura* $(n-1)$–*dimensionale in uno spazio ad* n *dimensioni* che ha avuto notevoli sviluppi nella formulazione e risoluzione di vari problemi di Calcolo delle Variazioni.

La definizione da Lui proposta per il *perimetro di un insieme* e le proprietà analitiche da essa dedotte hanno una validità estremamente generale e Gli hanno consentito di definire la misura della superficie anche per insiemi molto irregolari (precisamente per insiemi aventi frontiera orientata di misura finita secondo R. Caccioppoli), e di provare per tali insiemi la validità della *disuguaglianza isoperimetrica* (che consiste nel maggiorare la misura di un insieme mediante un'opportuna potenza del suo perimetro).

Tale teoria Gli permise tra l'altro di provare la *proprietà isoperimetrica della ipersfera* (cioè la proprietà dell' ipersfera di essere il solido la cui superficie ha area minima fra tutti quelli di volume assegnato).

È interessante notare che questo risultato viene provato partendo dall' idea, suggerita da ragioni estetiche, che la soluzione del problema isoperimetrico, debba essere perfettamente simmetrica, e poi sfruttando, con notevole abilità tecnica, un opportuno nuovo metodo di simmetrizzazione.

Negli stessi anni cinquanta Egli dimostrava teoremi di unicità e dava esempi di non unicità della soluzione del problema di Cauchy relativo ad equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico, individuando le più deboli condizioni di regolarità da richiedere sui coefficienti ai fini dell' unicità.

Nel 1957 si imponeva nuovamente all' attenzione della comunità matematica internazionale con il Suo fondamentale e decisivo contributo alla questione posta a Parigi da D. Hilbert al Congresso Internazionale di Matematica del 1900, *sull' analiticità delle soluzioni di equazioni alle derivate parziali ellittiche analitiche*. Tale problema è il XIX della lista dei 23 problemi che il celebre matematico tedesco propose in quell' occasione, prevedendo che intorno ad essi si sarebbero concentrati gli sforzi dei matematici nel nuovo secolo che iniziava.

Lo sviluppo dell' Analisi Funzionale aveva portato in quegli anni alla considerazione delle *soluzioni deboli* di molti problemi di Calcolo delle Variazioni o di teoria delle Equazioni alle Derivate Parziali. Con tale nuovo approccio si guadagna molto nell' ambito dei teoremi di esistenza, che possono essere stabiliti per classi di problemi più ampie di quelli per i quali è facile trovare delle soluzioni classiche.

La maggiore facilità di dimostrazione dell' esistenza di soluzioni deboli viene però pagata con una perdita di informazione sulle proprietà delle soluzioni stesse.

Il recupero della massima misura possibile di tale informazione costituisce il delicato problema della *regolarizzazione*.

Molti eminenti matematici, tra cui ricordo S. Bernstein, L. Lichtenstein, E. Hopf, C. Morrey, G. Stampacchia, per mezzo secolo affrontarono il XIX problema posto da Hilbert, pervenendo a risultati che assicuravano l' analiticità delle soluzioni deboli o limitatamente al caso di due variabili, oppure in un numero qualsiasi di variabili, sotto la condizione che esse avessero un certo grado iniziale di regolarità (precisamente derivate prime hölderiane). Per la completa soluzione del problema era necessario, ai fini della regolarità, colmare il divario fino ad assicurare la hölderianità delle derivate prime delle soluzioni deboli.

De Giorgi nel 1957 dimostrava che soluzioni deboli di equazioni uniformemente ellittiche con i coefficienti solo limitati e misurabili sono hölderiane, e deduceva da questa proprietà il carattere analitico delle soluzioni di certi problemi regolari di Calcolo delle Variazioni.

Questo risultato, che era stato dimostrato in modo diverso, nello stesso periodo ma indipendentemente, anche da J. Nash, è una pietra miliare nello studio di molti problemi non lineari, cioè problemi legati alla descrizione di sistemi in cui il risultato di una perturbazione non è proporzionale alla forza che causa la perturbazione stessa. I raffinati metodi introdotti da De Giorgi per ottenerlo si sono rivelati di grande flessibilità e sono stati ampiamente estesi a situazioni più generali.

Lo stesso De Giorgi nel 1968, con un elegante esempio di sistema lineare uniformemente ellittico di tipo variazionale con coefficienti limitati e misurabili avente soluzione non continua, provava l' impossibilità di estendere questo teorema al caso dei sistemi di equazioni ellittiche.

Dai suoi controesempi traiamo quella caratteristica sapienziale che è a fondamento del programma di ricerca di De Giorgi, programma improntato ad un preciso ottimismo della ragione e illuminato dalla Fede: individuati i limiti di una teoria, Egli, con profonda umiltà, sfruttava positivamente l' insuccesso intraprendendo, con rinnovato vigore, nuove linee di approccio, esplorando nuovi confini di un universo che Gli si manifestava senza limite e solo in parte svelato.

Negli anni sessanta De Giorgi contribuiva in modo determinante al *problema di Plateau* (o problema delle ipersuperficie minime, consistente nel trovare le ipersuperficie di area minima tra quelle delimitate dallo stesso contorno). Egli dimostrava che una ipersuperficie minima è analitica (cioè possiede il massimo grado di regolarità possibile) tranne al più un sottoinsieme chiuso trascurabile.

Restava aperto il problema di studiare più in dettaglio l' insieme eccezionale in cui la ipersuperficie minima poteva presentare delle singolarità.

L' ulteriore approfondimento di questo problema è legato al cosiddetto *problema di Bernstein* (consistente nello stabilire se le uniche soluzioni dell' equazione delle superficie minime definite su tutto lo spazio euclideo n–dimensionale siano polinomi di 1^o grado). Il problema era stato risolto nel 1915 da S. Bernstein nel caso $n = 2$; dopo un contributo di W. Fleming, nel 1964 De Giorgi era riuscito a risolvere il problema nel caso $n = 3$; successivamente era stata data risposta positiva al problema da F. Almgren per $n = 4$ e da J. Simons in dimensione n minore o uguale a 7.

Nel 1969 De Giorgi (in collaborazione con E. Bombieri e E. Giusti) completava la risoluzione del problema di Bernstein mostrando che se n è maggiore o uguale ad 8 ci sono soluzioni dell' equazione delle superficie minime definite su tutto lo spazio n–dimensionale che non sono polinomi di 1^o grado.

Come conseguenza, risulta che le ipersupeficie minime sono regolari senza eccezioni fino alla dimensione 7.

Può sembrare del tutto irrilevante il problema delle ipersuperficie minime in spazi euclidei a più di tre dimensioni per il fatto che si tratta di spazi non “visibili”. Invece quello citato è un caso in cui la piena comprensione di tutti gli aspetti del problema si raggiunge attraverso una libera speculazione su enti che non sono oggetto della nostra esperienza sensibile (gli spazi di dimensione maggiore di tre).

Emerge così quel lucido punto di vista che De Giorgi andava maturando sulla matematica:

> *occorre spingersi con fiducia verso l' esplorazione del mondo invisibile per capire a fondo gli eventi visibili.*

Nel 1975 con un lavoro molto innovativo De Giorgi poneva le fondamenta per la elaborazione della teoria generale di un nuovo tipo di convergenza variazionale (chiamata *gamma–convergenza*). La teoria astratta sviluppata da De Giorgi ha sintetizzato varie idee, ha chiarito risultati già noti, ed ha consentito di ottenere molti risultati nuovi in àmbiti diversi ed anche in vari settori della matematica applicata: tra questi cito, per esempio, lo studio delle proprietà dei materiali compositi, e lo studio delle superficie di interfaccia tra due o più fluidi immiscibili che si trovano a contatto. Quest' ultimo esempio si ricollega alla teoria delle superficie minime, poiché si dimostra che in condizioni di equilibrio le superficie di interfaccia sono di area minima, e quindi in particolare sono regolari dappertutto.

*

La sintetica esplorazione fin qui condotta sul lavoro di De Giorgi è ben lungi dall' illustrare tutta la ricchezza e la varietà dei temi che sono stati oggetto delle Sue profonde riflessioni: Egli si è occupato con successo anche dell' esistenza di soluzioni analitiche globali di equazioni alle derivate parziali lineari a coefficienti costanti, di equazioni di tipo iperbolico con coefficienti discontinui rispetto alla variabile tempo, di delicati problemi di semicontinuità e di rilassamento per funzionali del Calcolo delle Variazioni, di evoluzione delle superficie secondo la curvatura media, di nuovi problemi variazionali caratterizzati dalla presenza di discontinuità libere delle soluzioni, introducendo per lo studio di questi ultimi nuove classi di funzioni in cui essi trovano il loro assetto naturale. Anche queste ultime ricerche sono state in parte ispirate da problemi applicativi, come segmentazione e ricostruzione di immagini e teoria della visione. Questo è un altro esempio della costante attenzione di De Giorgi ai problemi di discipline diverse che si prestano ad essere formulati in termini matematici, del Suo costante interesse a lavorare con altri studiosi cercando insieme la giusta formulazione dei problemi e la migliore interpretazione dei risultati; e tale lavoro compiva con uno spirito di aperta, libera e amichevole collaborazione che, senza nulla togliere né ai punti di vista dei singoli interlocutori né agli aspetti peculiari delle singole discipline, mirava alla ricerca di un percorso sapienziale in cui fosse possibile riconoscere nei vari aspetti delle questioni una prospettiva unificante.

La figura di De Giorgi come matematico non sarebbe completamente delineata se non accennassi anche alla Sua opera nel campo della Logica e dei Fondamenti della matematica. In quest' area Egli andava sviluppando, sino agli ultimi giorni, nuove proposte di teorie base in sostituzione delle classiche teorie assiomatiche degli insiemi, assumendo come nozioni fondamentali quelle di qualità (o proprietà), relazione, operazione, e affrontando anche il cruciale problema dell' autoreferenza (o autodescrizione).

In questi Suoi interessi si riconosce il desiderio di cercare nella comunicazione matematica il massimo grado possibile di oggettività e trasparenza, sia nell' àmbito della ricerca che nell' àmbito dell' insegnamento, a tutti i livelli. L' esigenza di rigore nella comunicazione aveva in Lui radici etiche profondissime, nasceva dalla tensione verso un' assoluta onestà intellettuale che può essere salvaguardata solo dal continuo sforzo di evitare ogni equivoco. E questa ricerca del rigore Egli trasportava, fuori dall' àmbito matematico, in ogni forma di comunicazione e di affermazione dei principi in cui credeva, che si sforzava sempre di formulare in modo netto ed univoco, sollecitando i Suoi interlocutori a fare altrettanto, nella convinzione che questo fosse la base insostituibile di ogni onesto dialogo.

*

Profonda e positiva è stata l' influenza esercitata da De Giorgi su numerosissimi allievi e collaboratori, attraverso l' instancabile dialogo, sempre improntato alla cordialità. Convinto sostenitore dell' importanza della *condivisione del sapere*, come una delle più alte forme della carità, De Giorgi aveva una generosa propensione a comunicare le Sue idee e le Sue congetture su vari e interessanti problemi aperti.

Di fatto, accanto alle ricerche compiute, una parte considerevole del Suo lavoro è consistita nell' insegnamento orale a cui ha attivamente partecipato sempre una numerosissima schiera di matematici italiani e stranieri. Attraverso il dialogo De Giorgi realizzava compiutamente il Suo amore sapienziale per la scienza, fermamente convinto che la chiara comunicazione dei problemi al fine di una loro maggiore comprensione è di per sé una forma di sapienza, e che quest' ultima non diminuisce, ma aumenta se viene condivisa.

Sempre, con molta pazienza e molta disponibilità, educava ad una sana curiosità matematica, incoraggiava l' approfondimento di quelle idee nelle quali riconosceva il germe di una buona e motivata ricerca matematica, richiamava il dovere dello studioso a cercare il nuovo e a valorizzare il patrimonio di conoscenze che ci hanno lasciato i predecessori per trasmetterlo arricchito alle generazioni future.

Durante le frequenti e stimolanti conversazioni, confermava di possedere in misura non comune doti di umiltà e di saggezza che Gli consentivano di far emergere le qualità migliori di ogni Suo interlocutore, indirizzando ciascuno, con squisita sensibilità e rispetto dell' altrui personalità, in più ampi e nuovi orizzonti scientifici ed umani, mettendo sempre a disposizione la propria ricca esperienza, improntata ad un ineguagliabile equilibrio fra tradizione ed innovazione.

La viva forza intellettuale e la Sua modestia Lo portavano a riconoscere come problemi più interessanti quelli che non era riuscito a risolvere; sosteneva che l' onesta ammissione dei limiti della conoscenza non è motivo di sconforto ma piuttosto motivo di speranza, segno della grandezza delle meraviglie della creazione ancora da scoprire.

In De Giorgi la figura di studioso geniale non è mai scindibile da quella di Uomo buono: un autentico amore per la Verità ha permeato la Sua ricerca scientifica e tutta la Sua vita. La visione positiva della scienza era inseparabile in Lui da un ottimismo nell' opera dell' uomo; era consapevole che il progresso dell' umanità è il frutto delle idee e degli sforzi di uomini di culture e formazione diverse, mossi dal comune bisogno di ricercare la Verità. Nutriva una grande fiducia nell' armonia e nell' ordine dell' universo, nella capacità dell' uomo di comprendere almeno parzialmente quest' ordine.

Ha riconosciuto e trasmesso in modo esemplare, con la semplicità, la chiarezza e la profondità di chi ha solidi argomenti, il *valore sapienziale della matematica*; ci ha insegnato che la matematica *è un ramo vivo dell' albero della Sapienza*, che la matematica,

> *capace di spingersi nel mondo dell' infinitamente piccolo e dell' infinitamente grande, è strumento di scoperta dell' armonia dell' universo, è un fattore di tutta la civiltà umana, parte di quell' opera millenaria dell' umanità che è un segno notevole della dignità dell' uomo e della sua sete di conoscenza . . . , segno di un desiderio segreto di vedere qualche raggio della gloria di Dio*.

La fiducia nella natura umana e nell' opera dell' uomo non si confondeva con un cieco ottimismo che ignora la sofferenza fisica e morale, l' ingiustizia che vi è nel mondo.

Uomo profondamente caritatevole portava il Suo conforto agli ammalati e ai poveri; Uomo profondamente giusto aveva a cuore la causa dei perseguitati e per questo non ha mai ignorato la necessità di un impegno forte e costante perché fosse rispettata in tutti la dignità della persona umana. Coerentemente, non ha esitato ad impegnare con appassionata dedizione le proprie forze e il proprio prestigio per la difesa dei diritti dell' uomo, mai invocando la sola debole forza della tolleranza, ma piuttosto auspicando sempre lo spirito più solidale e cristiano della comprensione.

Forte di questi principi ha svolto un ruolo di primo piano nella promozione di numerose iniziative per la salvaguardia dei diritti umani; in particolare, come socio di Amnesty International e di Christian Solidarity International, ha contribuito in modo determinante alla liberazione del matematico sovietico L. Pliusch e del matematico latino americano J. L. Massera, entrambi detenuti per motivi di opinione.

La vastità dell'orizzonte spirituale di De Giorgi era tale che negli ultimi tempi Egli aveva proposto con fermo convincimento l' inserimento della

Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10 dicembre 1948 all' inizio della Costituzione Italiana.

Questa richiesta era motivata dal fatto sostanziale che il preambolo della Dichiarazione parla apertamente della ***fede*** *nei diritti fondamentali dell' uomo, nella dignità e nel valore della persona umana, nell' uguaglianza dei diritti dell' uomo e della donna.*

E questo atto di fede è per De Giorgi all' origine del diritto e della giustizia.

Di fronte al mistero della morte Egli invocava con penetrante spiritualità le parole della Fede: *vita mutatur non tollitur*, e le parole del Credo: *expecto resurrectionem mortuorum et vitam venturi saeculi.*

Queste parole di Speranza e di testimonianza di profonda Fede cristiana portano oggi conforto al nostro dolore per la fine della esperienza umana dell' amico Ennio.

Per tutte queste ragioni, Ennio De Giorgi costituisce un esempio che, se è forse impossibile imitare, è da custodire sempre nel cuore e da meditare. E, a testamento spirituale, rimangono le Sue parole:

> ***All' inizio e alla fine abbiamo il mistero.***
> ***Potremmo dire che abbiamo il disegno di Dio.***
> ***A questo mistero la matematica ci avvicina,***
> ***senza penetrarlo.***

5.5 *A. Leaci,* Discorso per l' intitolazione del Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce a Ennio De Giorgi

Giornata celebrativa in ricordo di Ennio De Giorgi. Lecce, 14 maggio 1997.
Il testo è tratto da "Per Ennio De Giorgi", Università degli Studi di Lecce, Liguori Editore, Napoli 2000, 47–51

Autorità, colleghi, signore e signori, desidero ringraziare tutti coloro che sono presenti qui oggi, in particolare coloro che sono venuti a Lecce a testimoniare non solo la loro ammirazione per il grande matematico ma anche i profondi vincoli di amicizia che legavano tanti colleghi in ogni parte d' Italia a Ennio De Giorgi.

Nel mio breve intervento non parlerò dei risultati scientifici da Lui ottenuti. Nel pomeriggio interverranno, per presentare alcuni aspetti della sua opera matematica, Mario Miranda, Sergio Spagnolo e Antonio Marino. Essi iniziarono a collaborare con Lui in momenti e su problemi differenti, divennero tutti e tre suoi grandi amici, e gli sono stati vicini, insieme a tanti altri colleghi più anziani e più giovani, fino agli ultimi istanti della sua vita. Desidero ringraziarli per aver accettato di illustrare qui a Lecce alcune delle problematiche affrontate da Ennio De Giorgi e la genialità delle sue soluzioni.

Non elencherò i riconoscimenti e i premi che gli furono tributati né mi soffermerò sulla sua attività in difesa dei diritti umani, sulle iniziative da Lui promosse e sui suoi scritti di carattere "sapienziale", riuniti da Antonio Marino e Carlo Sbordone in un volume edito dall' Accademia Pontaniana di Napoli, con una iniziativa altamente meritoria, di cui Ennio De Giorgi era stato così lieto.

Intendo invece soffermarmi sui rapporti tra Ennio De Giorgi e il Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce, sottolineando quanto Egli ha fatto per tutto questo Dipartimento. Le mie parole saranno certo insufficienti a descrivere adeguatamente la sua attività, ma spero che mi perdonerete, comprendendo il mio stato d'animo e il mio coinvolgimento emotivo.

In questo momento non riesco a non ripensare con dolore a quel giorno di ottobre di un anno e mezzo fa, quando, accompagnandolo in una delle sue abituali visite, mi sembrò naturale discutere con Lui della proposta, fatta da alcuni colleghi, di candidarmi alla direzione di questo Dipartimento. Pur non essendo mai stato afferente, Ennio De Giorgi ne faceva parte nei fatti. La sua risposta fu in linea con tutto il suo insegnamento: a volte dobbiamo accettare di sacrificarci, e di rinunciare per un po' a ciò che più ci interessa, dedicando il nostro tempo a compiti meno attraenti, per contribuire al funzionamento delle istituzioni.

Accettai la carica di direttore, con il proposito di continuare a dialogare con Lui, certo di ottenere, al momento opportuno, un parere illuminato e sicuro, certo che, in caso di errore, sarei stato corretto nel più lieve dei modi. Non potevo certo sospettare che quella scelta mi avrebbe tenuto meno vicino a Lui proprio nell' ultimo anno della sua vita, mi avrebbe sottratto una parte dei suoi ultimi insegnamenti.

Vi chiedo scusa per questa considerazione forse troppo personale, ma non posso rimanere distaccato e formale parlando di colui che per oltre vent' anni mi ha guidato, sostenuto, incoraggiato.

Ennio De Giorgi si recò a studiare a Roma nell' immediato dopoguerra e conseguì la laurea in matematica nel 1950. Immediatamente il suo genio era stato riconosciuto da Mauro Picone che lo aveva indirizzato a lavorare su alcuni dei problemi più interessanti e difficili con cui i matematici dell' epoca si confrontavano. Certo è difficile immaginare che qualcuno abbia potuto guidare Ennio De Giorgi negli studi matematici. Il suo intuito lo portava sempre avanti, Egli ha sempre aperto nuove strade alla ricerca matematica, ha allargato gli orizzonti di questa disciplina, anche accogliendo e facendo sue problematiche che venivano da altri settori della Scienza.

Nell' arco di sei o sette anni dopo la laurea Egli aveva ottenuto tali risultati da poter essere annoverato già tra i più grandi matematici del secolo. Nel '59, a soli trentun anni, dopo un anno di insegnamento a Messina, venne chiamato a ricoprire la cattedra di analisi matematica, algebrica e infinitesimale presso la Scuola Normale di Pisa e per i successivi 37 anni fu una delle figure di maggiore spicco di quella prestigiosa istituzione. In quella prima fase della sua carriera Ennio De Giorgi, che per tutta la vita volle conservare la cittadinanza leccese, non ebbe molte occasioni di ritornare a Lecce, se non per brevi periodi di vacanza quando veniva a trovare la madre, per esserle accanto col fratello Mario e la sorella Rosa nel ricordo del padre prematuramente scomparso.

La sua attività scientifica era intensissima, e a Pisa cominciava a riunire intorno a sé un gruppo di allievi con i quali affrontava sempre nuove ed interessantissime problematiche. Di quegli anni, dal '60 al '67, certamente ci parleranno Mario Miranda e Sergio Spagnolo, descrivendoci parte delle ricerche che essi svolsero in collaborazione con Lui. E proprio nell' anno 1967, non ancora quarantenne, impegnato nello studio delle superfici di area minima, della G–convergenza, dei sistemi ellittici, invitato da matematici di ogni parte del mondo che desideravano sentire da Lui i suoi profondissimi risultati, Egli non si tirò indietro, ed accettò con entusiasmo di lavorare per la sua città natale, entrando a far parte del Comitato tecnico ordinatore della Facoltà di Scienze MM. FF. NN. dell' Università di Lecce. Così il 3 luglio 1967, quasi trenta anni fa, Ennio De Giorgi apponeva la sua firma, insieme a quella di Alberto Bonetti e Nicolò Dalla Porta, sull' atto di nascita della nuova Facoltà, e di conseguenza poneva le basi per la costituzione dell' Istituto di Matematica. Fu Lui a determinare l' avvìo dell' insegnamento universitario della matematica a Lecce e ad orientarlo nel migliore dei modi, ottenendo la collaborazione di prestigiosi matematici che, per periodi più o meno lunghi, insegnarono in questa sede.

Negli anni successivi le visite di Ennio De Giorgi a Lecce si fecero più frequenti; Egli era desideroso di venire a trovare la madre che cominciava ad essere avanti negli anni, ed era sempre attento alle vicende dell' Istituto di Matematica. Ogni volta che i suoi allievi pisani e di tante altre parti d' Italia ottenevano nuovi importanti risultati, Egli li esortava a venire ad esporli a Lecce, ed in questo modo il giovane istituto leccese era inserito in una rete di ricerca di valore internazionale. Ma era soprattutto Lui stesso che, appena i suoi impegni lo consentivano, visitava l' Istituto, pronto al dialogo con chi gliene faceva richiesta, con i docenti e poi con i primi studenti leccesi che, raggiunta la laurea, cominciavano la loro attività di ricerca.

Era sempre disponibile a parlare non solo su argomenti di equazioni differenziali, di calcolo delle variazioni, di Gamma convergenza, e poi di problemi con discontinuità libere, ma anche, nel corso degli anni, su argomenti di geometria, di logica e teoria dei fondamenti, di didattica, di matematica applicata e più in generale su ogni problema significativo di matematica che gli veniva proposto.

Quando Egli era qui e giungeva qualche matematico invitato a tenere un seminario, si faceva premura di accoglierlo, ascoltarlo, soffermarsi con Lui per far sì che l' ospite si sentisse benvenuto nel "suo" dipartimento.

Quanti seminari, quante lezioni avrà fatto Ennio De Giorgi presso questo Dipartimento? Certamente numerosissimi, talora intervenendo nei convegni o nelle altre iniziative organizzate qui o presso altri dipartimenti dell' Università di Lecce, ma molto più spesso in maniera informale, proponendo incontri di lavoro aperti a tutti gli interessati, senza vincoli burocratici. Qui a Lecce, Egli proseguiva le attività intraprese presso la Scuola Normale, creando intorno a sé un clima di lavoro sereno ed entusiastico. In questo modo Egli risultava costantemente impegnato, in ogni momento dell' anno. Le sue "vacanze" a Lecce si traducevano talora in incontri quasi giornalieri presso questo dipartimento.

Questa sua eccezionale attività aveva le sue radici e il suo sostegno nell' ideale dell' amore per la Sapienza che, principalmente in questi ultimi anni, con tanta convinzione Egli propugnava. Nell' intervista posta dai curatori come prefazione ai due volumi a Lui dedicati per il sessantesimo compleanno, Ennio De Giorgi diceva:

> *Io considero la Scienza come parte della Sapienza, intesa in tutta la ricchezza di significato che troviamo per esempio in uno dei Libri della Bibbia, il libro dei Proverbi. Questo libro ci ricorda il carattere amichevole e conviviale che deve avere la comunicazione del sapere, con le parole:*

"La Sapienza ha costruito la sua casa,
adornata con sette colonne.
Ha ucciso animali, ha procurato il vino,
ha già preparato la sua tavola.
Ha mandato le sue serve a fare gli inviti
dai punti più alti della città.
Esse gridano:
......
Venite e mangiate il mio pane
bevete il mio vino aromatizzato".

Con questo spirito "sapienziale" Ennio De Giorgi affrontava alcuni tra i problemi più ardui della matematica del XX secolo.

Proprio nel 1988, poco dopo il suo sessantesimo compleanno, per la prima volta il suo fisico vigoroso, di audace scalatore e di appassionato esploratore delle coste e dei fondali, in particolare di quelli salentini, ebbe un segno di cedimento. Dopo quel malore gli fu prescritto un periodo di convalescenza.

Egli affrontò tutto con l' abituale serenità, fondata sulla sua Fede incrollabile, e rimase per qualche mese a Lecce, presso i suoi familiari. In quel periodo, con prudenza ma con costante impegno, continuava a discutere di matematica, frequentava sovente questo dipartimento, ed era lieto di rimanere in contatto con Pisa e col resto d' Italia *grazie ai potenti mezzi dell' elettronica* come era solito dire scherzosamente.

Alla fine di questo periodo di permanenza a Lecce, Egli volle presentare alcune delle sue riflessioni in un Quaderno del Dipartimento dal titolo *Conversazioni di Matematica*. Nella prefazione scriveva:

> *Ho pregato gli amici del Dipartimento di Matematica di Lecce di incaricarsi della diffusione di questi brevi appunti nella speranza che qualcuno li voglia rileggere criticamente, separando ciò che è nuovo da ciò che è già noto, ciò che è interessante da ciò che è meno interessante.*

Credo che per interpretare correttamente queste sue parole sia opportuno rileggere quanto aveva detto dieci anni prima, commemorando presso l' Accademia dei Lincei il suo grande amico e collega presso la Scuola Normale, Guido Stampacchia.

> *Spesso ... il matematico che viene interrogato sulle ragioni di un suo lavoro scientifico tende a sottovalutarle, a dire che lo ha fatto per combinazione... Queste risposte non debbono essere prese alla lettera, ma piuttosto sono il segno delle difficoltà di esprimere il senso più profondo della ricerca matematica ed anche del naturale riserbo di chi non vuol cadere nella retorica o nella presunzione, quando tenta di spiegare le ragioni del suo lavoro.*

Da parte mia credo che sia giusto rispettare questo riserbo durante la vita di uno scienziato, ma penso che una ricerca della verità più essenziale e profonda debba essere tentata dopo la sua morte. Sono infatti convinto che in fondo la morte è il momento che ci rivela il senso più profondo della vita umana, ce ne mostra tutta la fragilità e la debolezza, fa cadere tanti miti e tante illusioni, ma nello stesso tempo ci fa intravedere anche tutta la sua più segreta grandezza.

Ennio De Giorgi iniziò con quel quaderno leccese ad aggiungere forme nuove alla sua attività scientifica, indicando a tutta la comunità matematica le sue intuizioni, le sue proposte, i suoi progetti, senza aspettare che fossero portati a compimento. Altri poi, in varie parti del mondo, avrebbero provveduto a farlo. Molte delle sue congetture sono state dimostrate, altre attendono ancora di essere "confermate o smentite", come sempre diceva con la sua naturale modestia. Credo che sia unico, nel panorama della produzione scientifica internazionale, questo autentico invito al tavolo della Sapienza.

In questi anni erano ancora aumentati i rapporti con studiosi di altre discipline, nell' ambito delle numerose Accademie di cui faceva parte e nelle quali era sempre particolarmente attivo, ma anche direttamente nelle Facoltà di Scienze, Ingegneria, Economia, dove accettava con piacere di parlare anche agli studenti più giovani. Negli ultimi mesi era impegnatissimo a sviluppare le sue idee sui fondamenti della matematica e il suo era un progetto di ampio respiro, come era evidenziato dal tiolo di una delle ultime conferenze: *"Verso i sistemi assiomatici del 2000 in Matematica, Logica, Informatica"*.

Per questa sua apertura verso le altre discipline, per le sue profonde ricerche di logica, e soprattutto per il suo altissimo impegno per il riconoscimento e la difesa dei diritti umani, la Facoltà di Lettere e Filosofia dell' Università di Lecce gli aveva conferito la laurea *ad honorem* in Filosofia.

Ennio De Giorgi coinvolgeva chi gli era vicino non solo nelle sue riflessioni matematiche, ma anche nelle sue iniziative umanitarie, prima inserito in Amnesty International, poi particolarmente sensibile all' attività di Christian Solidarity. Anche in questo campo era sempre avanti, a preoccuparsi soprattutto di chi correva il rischio di essere dimenticato. Ricordo bene che ci parlava delle sofferenze delle popolazioni cecene o curde, quando queste non avevano nessuno spazio sui grandi mezzi di comunicazione. La sua attenzione era sempre rivolta alle persone, alle famiglie, alle popolazioni bisognose di aiuto, vicino a Lui come a migliaia di chilometri, indipendentemente da ogni considerazione di parte. L' ultima proposta da Lui lanciata e sostenuta con grande entusiasmo è stata quella di inserire la Dichiarazione Universale dei Diritti dell' Uomo nella Costituzione Italiana.

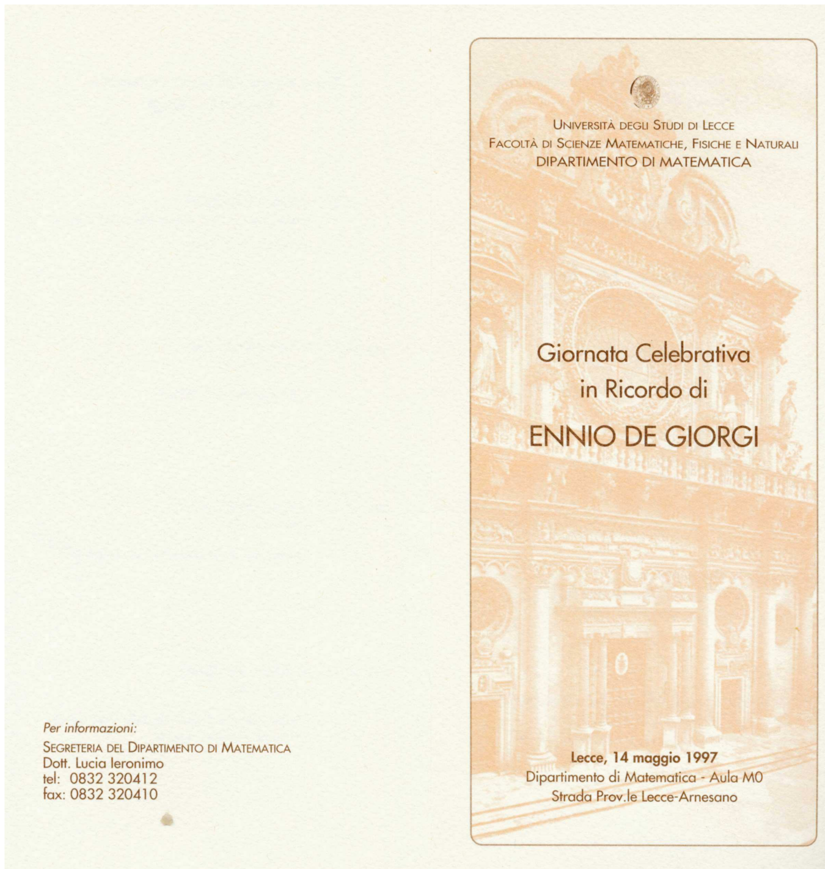
Così, tra l' altro, ha ricordato la rivista di Christian Solidarity:

Il 30 agosto di quest'anno (il 1996) dal Dipartimento di Mate-

> *matica dell' Università di Lecce, Ennio De Giorgi caldeggiava una nostra azione in difesa dei diritti umani, scrivendo tra l'altro:*
>
> > *"Bisogna rendere possibile la più ampia informazione su un tema a cui tutte le persone che credono nella libertà, nella giustizia, nella dignità e nel valore della persona umana dovrebbero essere sensibili".*

Meno di due mesi dopo il rapporto trentennale tra Lui e questo dipartimento si è interrotto.

Non solo per celebrare uno dei più grandi matematici di questo secolo e uno dei più illustri uomini del nostro Salento, ma anche per il doveroso riconoscimento del ruolo che Egli ha avuto nella nascita e nella crescita di questo dipartimento, noi oggi, con l' impegno e la speranza di onorare il suo nome e tramandarne il ricordo alle nuove generazioni, intitoliamo il Dipartimento di Matematica dell' Università di Lecce a Ennio De Giorgi.



Per informazioni:
SEGRETERIA DEL DIPARTIMENTO DI MATEMATICA
Dott. Lucia Ieronimo
tel: 0832 320412
fax: 0832 320410

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI LECCE
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

Giornata Celebrativa
in Ricordo di
ENNIO DE GIORGI

Lecce, 14 maggio 1997
Dipartimento di Matematica - Aula M0
Strada Prov.le Lecce-Arnesano

ore 10.00: Intitolazione del Dipartimento di Matematica
a Ennio DE GIORGI

Interventi:

Angelo RIZZO
Magnifico Rettore dell'Università di Lecce

Giuseppe Franco BASSANI
Direttore della Scuola Normale Superiore - Pisa

Carlo SBORDONE
Università di Napoli
Vicepresidente della Unione Matematica Italiana

Antonio LEACI
Direttore del Dipartimento di Matematica
Università di Lecce

ore 11.00: S. Messa celebrata da
S.E. Cosmo Francesco RUPPI
Arcivescovo Metropolita di Lecce

ore 12.15: Intitolazione dell'aula delle lauree (I5)
a Ennio De GIORGI
Facoltà di Economia - Centro Ecotekne

Alcuni aspetti dell'opera matematica
di Ennio De Giorgi

ore 16.00: Michele CARRIERO
Preside della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. di Lecce
Introduzione ai lavori

ore 16.15: Mario MIRANDA
Università di Trento
Il XIX problema di Hilbert

ore 17.15: Sergio SPAGNOLO
Università di Pisa
I primi anni della Gamma Convergenza

ore 18.15: Antonio MARINO
Università di Pisa
Alcune idee per il Calcolo delle Variazioni
con funzionali non regolari

5.6 *G. De Cecco,*
ENNIO DE GIORGI E IL VALORE SAPIENZIALE DELLA MATEMATICA

Il testo è tratto da "Visioni del mondo nella storia della scienza", Quaderno I. P. E. (Istituto per ricerche ed attività Educative) n. 10, Napoli 1999, 73–87.

L' invito dell' I. P. E. a parlare della figura di Ennio De Giorgi da un lato mi ha lusingato, dall' altro mi ha preoccupato per la difficoltà di presentare in un tempo abbastanza ristretto e ad un pubblico eterogeneo la sua visione del mondo. Era proprio uno dei suoi grandi desideri veder considerata la matematica come patrimonio di tutti gli uomini di cultura e non appannaggio di un ristretto numero di specialisti:

> *la matematica non serve tanto all' ingegnere, al fisico, all' economista come strumento per risolvere determinati problemi, ma serve piuttosto come quadro ideale fuori del quale non sarebbe nemmeno possibile impostare bene molte questioni di ingegneria, fisica, economia, etc.*

Un grazie perciò all'I. P. E. che mi dà quest' occasione di dialogare con un pubblico colto, non composto esclusivamente di matematici. Ricordo anche che lo stesso De Giorgi ha tenuto conferenze in questa sede.

Negli ultimi anni molti hanno parlato di lui in modo egregio ([1], [2], [3], [4], [5], [15], [17], [18], [19], [21]); il mio vuol essere solo un ritratto affettuoso fatto da un allievo che ha avuto la fortuna di conoscere questo maestro di scienza e di vita e di aver goduto della sua amicizia [11].

***

Un eminente storico della matematica, D. J. Struik, afferma:

> *Nessun paese all' infuori della Cina possiede più dell' Italia una lunga tradizione matematica, di cui molta di importanza fondamentale. Possiamo cominciare con Boezio (se non con gli agrimensori romani) e continuare fino ad oggi: un periodo di più di mille anni* ([20], p.9).

Ebbene Ennio De Giorgi si inserisce in questa lunga tradizione occupando un posto di rilievo anche nel panorama mondiale. Egli, nato a Lecce l' 8 febbraio 1928 e morto a Pisa il 25 ottobre 1996, ha svolto la sua attività di insegnante presso la Scuola Normale Superiore, formando una scuola di

[11] Ringrazio la famiglia De Giorgi per il materiale messo a disposizione e D. Pallara per i preziosi suggerimenti che mi ha dato durante la preparazione di questo articolo.

analisti (non solo italiani) "*il cui valore è universalmente riconosciuto*" — come ebbe a dire il suo "padrino" quando gli fu conferita nel 1983 la laurea "honoris causa" alla Sorbona di Parigi. Altri prestigiosi riconoscimenti sono il premio Presidente della Repubblica italiana nel 1973, il premio Wolf per la matematica dello Stato di Israele nel 1988 e la laurea "honoris causa" in Filosofia dell' Università di Lecce (1992), la città natale alla quale rimase legato in modo profondo. Inoltre è stato socio dell' Accademia Nazionale dei Lincei, membro dell' Accademia nazionale delle Scienze detta dei XL, dell' Accademia Pontaniana, dell' Accademia delle Scienze di Torino, dell' Istituto Lombardo, dell' Accademia Ligure e della Pontificia Accademia delle Scienze. Nel 1995 è stato nominato Socio straniero dell' Accademia di Francia e dell' Accademia nazionale delle Scienze degli Stati Uniti.

Quando si parla con persone che lo hanno conosciuto, la parola che viene più usata per giudicare la sua opera e la sua persona è l' aggettivo "eccezionale" ([15]).

De Giorgi si impose presto (nel 1957) alla comunità internazionale, risolvendo il XIX problema di Hilbert [12], uno della famosa lista di 23 problemi che D. Hilbert, all' inizio del '900, riteneva avrebbero impegnato i matematici nel secolo a venire. De Giorgi infatti si può considerare come uno dei più grandi matematici creativi di questo secolo: ha aperto nuove strade nel campo delle equazioni alle derivate parziali, nella teoria geometrica della misura, e soprattutto nel calcolo delle variazioni, senza trascurare i fondamenti della matematica e della logica, in vista di una matematica più adatta a descrivere il mondo reale ([5]).

> *In linea di principio rientrano nel calcolo delle variazioni tutti i problemi in cui si cerca il minimo o il massimo di una data grandezza, definita da un certo numero di parametri che può essere finito o infinito. (...) Il calcolo delle variazioni rappresenta un' area della matematica molto ampia e dai confini piuttosto incerti; in esso rientrano molte questioni sia di matematica pura (per es. di Analisi e Geometria), sia di matematica applicata alla Fisica, all' Ingegneria, alla Biologia, all' Economia* ([6]).

Infatti sui fenomeni naturali domina un principio generale di economia, così espresso chiaramente da L. Euler: la natura nelle sue manifestazioni tende a risparmiare il più possibile l' energia che deve impiegare.

De Giorgi dà un concetto di area e di perimetro molto generali, riuscendo a dimostrare la proprietà isoperimetrica della sfera rispetto a tutte le superfici chiuse ottenute come bordo di insiemi arbitrari (insiemi di Caccioppoli

[12] In modo qualitativo il XIX problema si può formulare così: nel Calcolo delle Variazioni, le soluzioni dei problemi regolari sono necessariamente analitiche? La risposta di De Giorgi è affermativa. Nei problemi concreti vuol dire che l' equilibrio di un sistema fisico si raggiunge senza discontinuità o rotture. Anche il XXIII problema è dedicato al Calcolo delle Variazioni, segno dell' interesse che Hilbert attribuiva a questo ramo della matematica.

– De Giorgi). Notevoli contributi ha anche dato alla teoria delle superficie minimali, pervenendo ad un sorprendente risultato in dimensione otto. [13]

Aveva una formidabile intuizione geometrica, "vedeva" gli enti matematici e le soluzioni alle quali perveniva poi con rigorosa deduzione; la fantasia non gli impediva di trovare risultati inattesi che per alcuni erano addirittura contrari all'intuizione. Nel proporre una congettura spesso dava anche una valutazione della sua validità.

Lo scopo di questa conferenza non è comunque quello di illustrare i risultati scientifici ([1], [3]), ma quello di tratteggiare la sua visione del mondo.

Io cercherò di esporre le sue idee usando spesso le sue stesse parole pronunciate in conferenze, convegni ed incontri tra amici [14]. Egli riteneva infatti che la trasmissione delle idee e delle conoscenze fosse una delle più alte forme di carità, un servizio reso alla comunità intera. Per nulla geloso delle sue idee, amava discutere durante lunghe passeggiate o intorno ad un tavolo, riconoscendo alla convivialità un carattere gioioso, quasi sacro. Come gli antichi "saggi" chiamava *"conversazioni"* le sue lezioni che non erano mai chiuse, ma aperte alle osservazioni e alle domande di tutti i partecipanti, che egli ascoltava con pazienza, senza mai irridere alle banalità. Aveva fatto suo l' invito di san Paolo: *"Esaminate ogni cosa, ritenete ciò che è buono"* (1 Ts. 5,20).

Quest' apertura al nuovo si accompagna ad un profondo senso di responsabilità.

> *Ogni scoperta scientifica aiuta gli uomini a farsi un' idea più chiara dell' universo in cui abitano; perciò le scoperte più significative devono essere presentate in modo corretto, mettendo in evidenza ciò che è dimostrato, ciò che è solo ipotizzato, evitando che di una teoria siano date interpretazioni più ampie.*

Nella divulgazione sottolineava che la visione che abbiamo oggi è una visione solida e valida, ma suscettibile di ampi sviluppi poiché esistono sempre problemi aperti. Ma anche i problemi risolti sono suscettibili di ampi sviluppi,

> *poiché ogni problema matematico veramente importante rassomiglia a un tema musicale di cui sono possibili molte e interessanti variazioni.*

Se nella divulgazione la matematica non occupa il posto che merita è anche responsabilità nostra:

---

[13] La proprietà isoperimetrica della sfera si può così formulare: a parità di area superficiale, fra tutte le superfici delimitanti un volume, la sfera è quella che racchiude il volume massimo. Modelli delle superfici minimali, dette anche superfici di Plateau, si possono ottenere utilizzando l' acqua saponata (cfr.[13]).

[14] La maggior parte dei suoi contributi sulla visione della matematica si trovano in [11] e [12]. Cfr. anche [8], [9] e [10].

> *Come matematici dobbiamo trasmettere agli altri l' amore per la nostra disciplina come componente essenziale della saggezza umana e far capire che la matematica è qualcosa di più della semplice abilità di calcolo, della pura manipolazione di numeri. Certamente lo studio dei numeri è stato l' inizio della matematica, ma questa, accanto ai problemi di tipo quantitativo, studia anche problemi di tipo qualitativo.* ([11], p.70).

Basta pensare ai modelli matematici, la cui ricerca è una delle caratteristiche della scienza moderna. La fiducia che sia possibile trovare modelli matematici per descrivere eventi reali fa dire a De Giorgi che anche nella scienza attuale è riscontrabile una forma di "neopitagorismo".

Ogni disciplina scientifica, compresa la matematica, ha una relativa omogeneità di pareri sui suoi contenuti interni, ma non tutti sono d' accordo sulla natura del tipo di conoscenza che la stessa disciplina può dare ([8] [15]). Alla radice di ogni scienza troviamo incertezza sulla natura delle conoscenze scientifiche; scienze diverse hanno metodi diversi, che vanno rispettati e non assolutizzati. Come è noto, in matematica l' unico criterio di prova o di confutazione è la dimostrazione.

> *Per le dimostrazioni sarei portato più a parlare di invenzioni mentre per gli enunciati dei teoremi sarei più portato a parlare di scoperta, anche perché di fatto la dimostrazione in fondo è il ritrovamento di una delle possibili strade attraverso cui da certi assiomi si arriva ad un certo teorema; quindi ha veramente qualcosa di più inventivo, di costruzione, di quanto non abbia il teorema stesso. (...) Io penso che all' origine della creatività in tutti i campi ci sia quella che io chiamo la capacità o la disponibilità a sognare, a immaginare mondi diversi ([14]). In questa libertà di sogno, il matematico non deve fermarsi agli oggetti di cui si può dare un' immediata rappresentazione sensibile, deve muoversi liberamente tra oggetti "reali" e "ideali", "concreti" e "astratti", "visibili" e "invisibili", "finiti" e "infiniti"* ([11], p.115).
>
> *Ogni volta che si tenta un inquadramento (dall'interno) della matematica ci si trova di fronte a difficoltà invincibili e, in sostanza, si incontra una certa forma di mistero. Operando come matematico, sono portato ad ammettere che per parlare delle cose conosciute sono costretto a fare riferimento a cose sconosciute e umanamente*

[15] In genere i due atteggiamenti che si incontrano nei confronti della matematica sono quello "nominalistico" e quello "realistico". Per queste due visioni gli stessi teoremi sono validi, le stesse dimostrazioni sono giuste o sbagliate, ma il loro senso è sostanzialmente diverso. La visione nominalistica (in cui la realtà degli enti considerati coincide con quella delle parole che li designano) ha il pregio di una enorme semplicità concettuale, mentre quella realistica (molto vicina alla considerazione del mondo delle idee platonico) dà meglio ragione dello spirito con cui opera la grande maggioranza dei matematici.

> *inconoscibili; è sempre incerto il confine tra le cose conosciute o conoscibili e le cose sconosciute o inconoscibili* ([11], p.11).

Il mondo dell' invisibile e quello del visibile non sono mondi separati, ma si richiamano a vicenda. La possibilità di collegare queste due realtà risiede in un certo ordine dell' universo, che noi percepiamo, scoprendo così la solidarietà tra l' uomo e l' universo non soltanto nel destino, ma anche nell' essere (Rom. 8,19–22).

De Giorgi sostiene, sorretto anche dal pensiero di altri matematici di questo secolo [16], che

> *una visione religiosa può dare senso anche al lavoro spicciolo dell' usuale ricerca matematica.*

A tal proposito citava spesso le parole del Credo:

> *Credo in Dio creatore di tutte le cose visibili ed invisibili,*

affermando così di riportare tutto ad unità nel Padre, principio di ogni vita.

Partiva dall' osservazione che anche in matematica noi riusciamo a studiare il finito solo pensandolo immerso in una cornice infinita (vedi teoria dei numeri, calcolo infinitesimale, spazi funzionali).

> *Uno dei paradossi della matematica è questo: per studiare le cose più concrete bisogna passare attraverso la riflessione su concetti che invece sembrano superare completamente la nostra esperienza sensibile. Questo è un dato che ci fa pensare: tutto ciò che noi riusciamo a vedere nel finito ci appare incomprensibile e disarmonico, se non lo pensiamo come parte di un quadro più ampio di grandezza infinita. Il fatto che questo quadro infinito sia in gran parte sconosciuto non ci deve portare a negarne l'esistenza* ([11], p. 72).

---

[16] *"L' attività costruttiva del reale, che cerca dunque qualcosa d' invariante nel flusso delle cose sensibili, si rivela come un' attività di ordine religioso"* (F. ENRIQUES, *Il significato della storia del pensiero scientifico*, Bologna 1936).

"La scienza può essere creata solo da coloro che sono integralmente convinti delle aspirazioni verso la verità e verso la comprensione. Ma questa sorgente di sentimento nasce dalla storia della religione, alla quale appartiene anche la fede nella possibilità che le regole valide per il mondo dell' esistenza siano razionali, comprensibili, cioè, con la ragione". (A. EINSTEIN, *Pensieri degli anni difficili*, trad. italiana 1965)

"Lo scopo della matematica non può essere ricavato da un' attività ad essa inferiore, ma da una sfera più alta dell' operare umano, vale a dire la religione.

Chiaramente è molto difficile oggi vedere in che modo questo possa realizzarsi. Ma è ancora più difficile immaginare in che modo la matematica possa continuare il suo sviluppo indefinito senza sapere qual è l'oggetto del suo studio e quale il fine. (. . .) Voglio esprimere la speranza che la matematica possa oggi servire come modello per risolvere il problema fondamentale del nostro tempo: rivelare un fine e uno scopo religioso supremo per l' attività culturale del genere umano (I. R. SHAFAREVICH, *Su certe tendenze nello sviluppo della matematica*, conf. Gottinga 1973).

Nella ricerca scientifica l' inserire il problema in una cornice vasta non significa svilire il problema di significato concreto, ma vuole dire andare alla ricerca dell' essenza della questione da studiare; le generalizzazioni si impongono come necessarie per capire il problema stesso. Possiamo dire con san Paolo: *Ora vediamo come in uno specchio, in maniera confusa* (1 Cor. 13,12).

Sappiamo di conoscere solo parzialmente, ma spesso lo dimentichiamo confondendo la parte con il tutto.

> *Per quanto ricchi possano essere i nostri schemi concettuali, essi non abbracciano mai tutta la realtà. Come poeticamente diceva Shakespeare: "Ci sono più cose in cielo e in terra di quante se ne sognano nella vostra filosofia" (Amleto, Atto I, scena V)*.

La verità, come senso e significato di tutto il reale, non appartiene ad alcuno, ma il sincero amore per essa permette agli uomini, animati di onestà intellettuale, di dialogare e di tendere all'unità.

> *Solo se lo scienziato ama e ricerca la verità come bene per sé desiderabile, potrà anche servire l' interesse globale dell' umanità, poiché la verità è liberante sia nell' ordine spirituale che in quello materiale, mentre la mistificazione asservisce* ([11], p. 12).

La percezione di un orizzonte così vasto, che sfugge alla cattura della ragione, costringe il pensiero a riconoscere l' incomprensibilità del mistero della vita e porta all' umiltà della "docta ignorantia":

> *L' umiltà del serio ricercatore deve essere unita a una certa "grandezza d'animo", alla gioia di "contemplare" i problemi più difficili sui quali da decenni o da secoli si affaticano i migliori studiosi, non escludendo l' eventualità che la "Sapienza" gli venga incontro in modo imprevedibile, con una coincidenza inattesa, con una intuizione felice, con un' osservazione fortunata* ([11], p.77, p.116).

È chiaro, la matematica non dà "dimostrazione" di questo, ma l' esperienza millenaria ci permette di riconoscerlo.

***

Ma per De Giorgi che cos' è la "sapienza"?

> *È tutto ciò che in qualche modo ci parla del senso delle cose. Nella sapienza c' è l' arte, nella sapienza c' è la storia, nella sapienza ci sono le nostre esperienze umane, c' è anche l' esperienza religiosa, ci sono le nostre tradizioni, c' è quello che è stato chiamato il "buon senso". Molte cose rientrano nella sapienza. Se mi chiedete cos' è la sapienza, io non ve ne so dare la definizione* ([9]).

In poche parole possiamo dire che De Giorgi è essenzialmente amante dell' uomo e di ciò che gli uomini nel tempo hanno prodotto. In questo senso egli è anche un laico perfetto, *un uomo per cui le cose esistono* (per dirla con Y. Congar), un uomo per cui la realtà è portatrice di valori. Il suo rapporto con la materia è sereno, la sua visione del mondo è ottimistica, ma sa che "il vero sentiero dell'uomo è un ottimismo tragico, in cui l' uomo trova la sua giusta misura in un' atmosfera di grandezza e di lotta" (E. Mounier).

Per il pio israelita la sapienza era essenzialmente l' arte per procurarsi e conservare la felicità della vita, in continuo dialogo tra la ragione e la fede. Perciò nei "Proverbi" essa viene chiamata albero della vita, fonte della vita, via della vita [17]. Il sapiente scopre un ordine intrinseco nella realtà ed usa criticamente la conoscenza acquisita per raggiungere lo scopo, sfruttando anche gli insuccessi: una congettura non provata, un errore non banale in una dimostrazione, possono essere elementi più stimolanti alla ricerca che perfette dimostrazioni. Non ci sarebbe progresso nella scienza se ai ricercatori non accadesse di scontrarsi con problemi che non possono essere risolti con le tecniche note: il fallimento dei tentativi di applicare tecniche e risultati noti in situazioni nuove (l' insuccesso) è il momento fondamentale per riconoscere i confini delle teorie, per cogliere aspetti essenziali e riposti del problema che si sta affrontando, per porre in definitiva le premesse di ogni ampliamento di orizzonti.

> *Del resto il fatto che la strada verso la sapienza passi attraverso il riconoscimento dei propri errori è verità già conosciuta dagli antichi savi greci ed ebrei.*

Nella sua meditazione biblica, De Giorgi ha privilegiato il libro dei "Proverbi" affascinato forse dal fatto che convinzioni così radicate e chiare sul senso della vita, sul mistero del cosmo, sull' educazione, non hanno bisogno di riferimenti confessionali. Come esempio di documento sapienziale considerava la "Dichiarazione universale dei diritti umani" del 1948, che procedendo dagli articoli, considerati come "assiomi sapienziali", ci dice anche quali regole minime di convivenza umana dobbiamo rispettare perché il pensiero scientifico possa svilupparsi in modo coerente ai bisogni dell' umanità, allo stesso desiderio di obiettività, di libertà che ogni scienziato sente dentro di sé. La "Dichiarazione universale dei diritti dell' uomo", che è espressione della fede nella dignità e nel valore della persona umana, ci dà anche la possibilità di approfondire il dialogo tra diverse culture come tra diverse discipline, che possono considerarsi rami dell' unico albero della sapienza, comprendendo in questo termine le scienze, le arti, la giustizia, tutto ciò che riguarda l' uomo (centro della sapienza).

L' immagine dell' albero della sapienza era particolarmente cara a De Giorgi che la vedeva come una raffigurazione del fatto che la sapienza è in

[17] cfr. *Proverbi*, cap. 3 (Come acquistare la Sapienza). Una rappresentazione musiva particolarmente interessante dell' *arbor vitae* si trova nel pavimento della cattedrale di Otranto.

tutte le attività umane senza essere una di esse; è in certo senso ciò che fa sì che il complesso delle attività umane sia più ricco di ciò che risulterebbe dalla semplice "somma" di esse. Egli riteneva che ogni insegnante, ogni studioso potesse vedere nell' invito rivolto agli uomini dalla Sapienza (Pv 9,1–6) un richiamo alla grande dignità e alla grande responsabilità del proprio lavoro.

La verità è una, indivisibile e deve essere universale — sosteneva con forza quando si trattava di difendere i diritti umani, respingendo risolutamente l' argomento della "non ingerenza negli affari interni di uno Stato". Alle critiche del mondo comunista (dopo Helsinki, 1975), egli ribadì, come rappresentante italiano di "Amnesty International", che

> *è doveroso che si insista perché i diritti umani diventino un elemento costante dell' attenzione del mondo politico e dell' opinione pubblica mondiale. (...) L' importante è che non si continui a tacere, a mentire. Bisogna evitare l' omertà, la reticenza, il credere che è inutile parlare dei mali a cui non si rimedia subito. È proprio di questi mali, invece, bisogna parlare con molta sincerità se vogliamo risolverli* ([7]).

Insomma l' attesa del meglio non deve bloccare la realizzazione del bene che si può fare. Fortemente convinto, come credente, che l' uomo è stato creato ad immagine di Dio, si adoperò in prima linea con altri colleghi matematici italiani per la liberazione del russo Leonid Pliusc e dell' uruguayano Josè Luis Massera, anch' essi matematici.

L' impegno civile di De Giorgi, come tutta la sua attività, nasce dall' intreccio tra la sua visione della matematica e le sue convinzioni religiose: la sapienza infatti è vera conoscenza delle cose, non in quanto distrugge o si sostituisce ai valori intellettuali umani, ma in quanto li perfeziona; è una specie di umanesimo integrale che avvolge un po' tutta l' esistenza in una grande riflessione, fatta anche alla luce di Dio.

Come cristiano sente l' urgenza della testimonianza, predicata da san Pietro: siate *pronti sempre a rispondere a chiunque vi domandi ragione della speranza che è in voi* (1 Pt 3,15). Come matematico, partendo dalla contemplazione dei problemi risolti e di quelli aperti, egli, propugnando il dialogo tra persone unite da un vero interesse per gli stessi problemi, vede la possibilità di superare l' etica della tolleranza, passando ad un' etica della comprensione e dell' amicizia tra persone e popoli.

> *Ad esempio il valore dei risultati matematici più importanti è in generale universalmente riconosciuto e, se anche non si raggiunge la perfetta obiettività, esiste una serenità di giudizio probabilmente superiore a quella esistente in altri rami del sapere. Questa serenità di giudizio è a sua volta fattore di comprensione e di amicizia,*

> *di rispetto per libertà e di coscienza e di impegno per la difesa di questa libertà* ([11], p. 126 [18]).

Ai giovani si presenta come “consigliere”, evitando accuratamente il tono da “predicatore” ma conservando quello di “profeta”, cioè di colui che parla con autorità a nome di quelli che ci hanno preceduto e dice cose che trascendono il tempo, poiché riesce a guardare tutto “sub specie aeternitatis”, grazie proprio al suo amore per gli schemi generali.

La sua profonda convinzione che la vocazione ultima dell’ uomo è la vita, non la morte, ha impressionato tutti quelli che lo hanno conosciuto, credenti e non credenti. In una intervista avvenuta solo tre mesi prima della morte egli affermò:

> *Per me l’ idea della resurrezione, l’ idea che la vita non finisce nel breve arco degli anni che abbiamo, l’ idea che anche le persone carissime che sono morte vivono in qualche modo ancora, è uno degli elementi fondamentali della mia vita e anche della mia attività di ricerca. Devo dire che posso continuare a studiare, immaginare cose nuove anche a una età in cui sono verso la fine della carriera accademica, perché è un tragitto in cui fino all’ ultimo devo amare la sapienza in modo completo sperando che quest’ amore continuerà anche se in altre forme dopo la morte* ([14]).

BIBLIOGRAFIA

[1] L. AMBROSIO, *Ennio De Giorgi, matematico ed amante della sapienza,* Ist. Lombardo Acc. Scienze e Lettere, 13/11/1997.

[2] AA.VV., *Ennio De Giorgi,* contributi di M. De Giorgi, L. Carlino, M. Carriero, F. Lupo; Lions Club Lecce Host 1997–’98.

[3] AA.VV., *Ennio De Giorgi,* dossier in “Lettera matematica”, Centro Pristem–Eleusi, Univ. Bocconi, n.27–28, 1998, I–XLIV, a cura di A. Guerraggio, con contributi di R. De Giorgi Fiocco, M. De Giorgi, G. Prodi, E. Vesentini, F. De Stefano, L. Radicati di Brozolo, E. Magenes, F. Bassani, S. Mercanzin, S. Parenti o.p., V. Scanu, E. Giusti, S. Spagnolo, G. Buttazzo, T. Franzoni, G. Dal Maso, L. Ambrosio, A. Marino, C. Saccon.

[4] AA.VV., *Celebrazioni per l’ intitolazione del Dipartimento di Matematica dell’ Università di Lecce ad Ennio De Giorgi,* contributi di A. Leaci, M. Rosa, C. Sbordone, M. Carriero, M. Miranda, S. Spagnolo, A. Marino, G. Prodi, E. Giusti.

[18] Come esempio citava volentieri quello del padre gesuita Matteo Ricci (1552–1610), che riuscì a stabilire un dialogo fecondo con i dotti cinesi partendo dal comune interesse verso la matematica e le sue applicazioni all’astronomia e alla geografia.

[5] E. BOMBIERI, *Commemorazione di E. De Giorgi all' Accademia dei Lincei,* 9/5/1997.

[6] G. BUTTAZZO, G. DAL MASO, E. DE GIORGI, *Calcolo delle Variazioni,* in "Enciclopedia del Novecento", II supplemento, I. E. I. Treccani 1998.

[7] E. DE GIORGI, *Chiedo a Berlinguer di salvare Kovalev,* Famiglia Cristiana, 9/1/1977, 42–47.

[8] E. DE GIORGI, *Matematica e cultura,* intervento al Convegno internazionale su: "La cultura: strumento della ripresa della vita", Centro Culturale S. Carlo, Milano, 20–21/6/1981.

[9] E. DE GIORGI, *Riflessioni su scienza, sapienza, fede religiosa e impegno umano,* in "Scienza e fede", Cittadella ed., Assisi 1982, 99–111.

[10] E. DE GIORGI, *Mathématique et sagesse,* in "Science et sagesse" (Ed. E. Agazzi), Ed. Univ. Fribourg, 1991.

[11] E. DE GIORGI, *Riflessioni su Matematica e Sapienza,* (a cura di A. Marino e C. Sbordone), Acc. Pontaniana, 1996.

[12] E. DE GIORGI, *Raccolta di scritti,* (a cura di F. Bassani, A. Marino e C. Sbordone), in preparazione.

[13] M. EMMER, *La perfezione visibile,* Ed. Theoria, 1991.

[14] M. EMMER (a cura di), *Intervista a E. De Giorgi,* Lettera Pristem, Univ. Bocconi, n. 21, 1996, 4–21; tradotta in inglese su "Notices of the AMS", Oct. 1997, 1097–1101; videocassetta distribuita dall' Unione Matematica Italiana.

[15] J. L. LIONS, F. MURAT, *Ennio De Giorgi,* Notices of the AMS, Oct. 1997, 1095–1096.

[16] V. MADDALONI, *E questi famosi diritti umani?* Famiglia Cristiana, 12/5/1977.

[17] A. MARINO, *Ennio De Giorgi, uno dei più grandi matematici del mondo. Lo scienziato della solidarietà e dei diritti umani,* Prisma 1997, apparso con lievi modifiche anche su "Il Tempo", 1/4/1997.

[18] L. MODICA, *Commiato accademico ad E. De Giorgi,* Scuola Normale Superiore, Pisa 27/10/1996, apparso anche su "Sant' Anna News", giugno 1997.

[19] G. PRODI, *Ricordo di E. De Giorgi,* L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 19A–19B n.6, nov.–dic. 1996, 507–512.

[20] D. J. STRUIK, *Matematica: un profilo storico,* Ed. Mulino, 1981.

[21] E. VESENTINI, *For Ennio De Giorgi,* S. N. S., Pisa 20/10/1997.

5.7 *M. Miranda,* DE GIORGI'S SUMMER HOLIDAYS AND XIX HILBERT PROBLEM

Il testo è tratto da "Wolf Prize in Mathematics" (ed. S. S. Chern, F. Hirzebruch), vol. 1, Word Scientific (2000), 206.

Ennio De Giorgi used to spend two months, every year, to relax. In August he liked to rusticate in one Alpine village, where he could enjoy the company of colleagues and their families. In September he never missed a coming back home, to the Beaches of Salento, to stay with his family and old friends.

It was August '55, when hiking in the Dolomites, Guido Stampacchia told him about the XIX Hilbert Problem. And that Summer turned out to be a no–vacation time for Ennio. In the first week of October, at the IV Congresso della Unione Matematica Italiana, he announced his solution of the XIX Problem.

A few months later he wrote a short paper edited by the Accademia dei Lincei [1] containing some details about his proof.

A year later, ignoring the existence of De Giorgi's theorem, John F. Nash, Jr. decided to work at the regularity problem for solutions of elliptic and parabolic equations, see pp. 218–220 of "A Beautiful Mind" ed. by Sylvia Nasar (Simon and Schuster, 1998). In Spring '57, the complete proof of De Giorgi's Theorem was published by Accademia delle Scienze di Torino[2]. In Spring '58 Nash published his results in "Continuity of Solutions of Parabolic and Elliptic Equations", *Am. J. Math.,* 80.

This is a brief account of the famous De Giorgi–Nash Theorem.

De Giorgi's method, directly applied to solve the Hilbert Problem, is presented by Cristina Mosna in "Regularity of Lipschitz Minima", Rend. Semin. Mat. Univ. Padova, 104 (2000).

[1] E. DE GIORGI, *Sull' analiticità delle estremali degli integrali mulipli,* 1956. Atti Accad. Naz. Lincei Rend. Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (8) **20**, 438–441.

[2] E. DE GIORGI, *Sulla differenziabilità e l' analiticità delle estremali degli integrali mulipli regolari,* 1957. Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. (3) **3**, 25–43.

5.8 *G. Buttazzo,* CARO MAESTRO

Articolo apparso su "Il Corsivo" il settimale del Salento, Anno IX, 25 maggio 2002, p. 26.

Conobbi Ennio De Giorgi nell' autunno del 1972, quando iniziai i miei studi universitari a Pisa, arrivando da Lecce dove avevo studiato fino a 18 anni. Intendo dire che lo conobbi personalmente, perché come me probabilmente ogni ragazzo che si interessava alla Matematica e si cimentava nella risoluzione di problemi più o meno difficili ne aveva sentito parlare.

Avendo vinto un posto di allievo alla Scuola Normale Superiore cominciai a seguire i corsi che De Giorgi teneva; i corsi erano sempre dalle 11 alle 13: il martedì era il giorno riservato al corso di Analisi Matematica, mentre il mercoledì era il giorno del corso di Logica Matematica. Non ricordo una sola volta in tanti anni in cui quest' ordine venne cambiato oppure giorni e ore spostate.

Le lezione erano per tutti noi che le seguivamo una continua sorpresa, e non solo per gli allievi più giovani; infatti i corsi erano frequentati da allievi dei primi anni come pure da docenti già affermati; in realtà non erano richiesti grandi prerequisiti se non l' interesse nella materia e la disponibilità a contribuire talvolta al corso tenendo un seminario su argomenti collaterali. Naturalmente era impossibile trovare dei testi su cui studiare; a turno alcuni di noi elaboravano gli appunti presi durante le lezioni per renderli disponibili agli altri.

La scelta del relatore della Tesi di Laurea è stata per me del tutto naturale; ricordo che andai da De Giorgi poco prima delle vacanze estive, alla fine del terzo anno di studi (quella era la tradizione tra gli allievi normalisti), per chiedere un argomento da sviluppare: rimanemmo a parlare per un paio d' ore. Del resto succedeva spesso che i colloqui con De Giorgi durassero a lungo; talvolta nel suo studio capitavano altri matematici, magari venuti per parlare di questioni del tutto diverse, che venivano coinvolti in discussioni su nuovi problemi e nuove teorie da sviluppare. Del resto era noto a tutti quelli che lo conoscevano il suo privilegiare la comunicazione orale a quella scritta; il suo motto era *"scripta volant, verba manent"* e ricordo ancora come si rallegrò nel trovare in un giornale una pubblicità che usava la stessa frase. Capita non di rado tra i matematici di avere una certa "gelosia" dei propri argomenti di ricerca, soprattutto se non ancora pienamente sviluppati; per questo non tutti sono pronti a raccontare teoremi solo parzialmente dimostrati o a discutere su questioni non ancora sistemate in pubblicazioni su riviste. Ennio De Giorgi aveva una visione del tutto opposta: discutere di un problema con un gran numero di persone aumentava le possibilità di comprenderlo e di risolverlo. La sua maniera preferita di procedere era per congetture: cercava di indovinare le proprietà nascoste in un problema, la parte dimostrativa veniva dopo, e non sempre era quella che più lo entusiasmava. Credo che questa maniera di vedere le cose sia rimasta in molti dei suoi allievi; diversi di noi si ritrovano regolarmente varie volte all' anno e spesso mi accorgo che le nostre discussioni scientifiche sono basate su congetture che si raffinano via via che si procede. Probabilmente trasmetteremo questo modo di procedere anche ai nostri studenti.

Ho sentito spesso dire che gli allievi della Scuola Normale hanno la grande opportunità di studiare in un luogo prestigioso, dotato di tutte le comodità e degli strumenti necessari alla ricerca; non nego che questo sia vero, ma credo che l' opportunità più grande sia quella di incontrare nella vita di tutti i giorni un gran numero di persone interessanti, come altri allievi, docenti, visitatori di altre università. A volte le idee più originali erano quelle sviluppate pranzando a mensa o durante la passeggiata per prendere il caffè.

Ennio De Giorgi era una presenza costante ed una guida per tutti noi; certamente è stato la persona che più mi ha insegnato il piacere della ricerca matematica.

5.9 *E. Pascali,*
Discorso per l' inaugurazione del Centro di Lizzanello

Il Comune di Lizzanello (Le), di cui è originaria la famiglia De Giorgi, ha voluto onorare la memoria del prof. Ennio finanziando per 10 anni una "junior visiting position" annuale presso il Centro di ricerche matematiche "Ennio De Giorgi" della Scuola Normale Superiore di Pisa, ed intitolando al prof. De Giorgi il Centro Polifunzionale ricavato nell' edificio che già ospitava il cinema Orfeo nel centro storico di Lizzanello.

L' inaugurazione del Centro e la firma della convenzione tra il Comune di Lizzanello e la Scuola Normale Superiore di Pisa, cui ha aderito anche l' Università di Lecce attraverso il Dipartimento di Matematica, hanno avuto luogo il 14 febbraio 2004. Alla serata inaugurale hanno partecipato autorità della Regione Puglia e del Comune di Lizzanello e docenti delle Università di Lecce e di Pisa.

*

Prima di portare il mio contributo a questa parte della manifestazione dedicata al Prof. De Giorgi desidero ringraziare tutte le persone che si sono prodigate per la buona riuscita della stessa.

L' impegno, la tenacia e la serietà che hanno accompagnato la loro attività nella preparazione di questo evento e soprattutto l' orizzonte culturale, sociale ed umano che li hanno guidati rappresentano, a mio avviso, l' omaggio più gradito al nostro Professor De Giorgi. Parlo a ragion veduta perché ho avuto modo di discutere con alcuni degli organizzatori (l' Assessore dott. Silverio Marchello, il Dirigente Generale dott. Guido De Magistris). Ho ritrovato nelle discussioni, che ho avuto con loro, l' amore per la propria terra, per i concittadini, per la storia e la tradizione, coniugato ad una grande fiducia nei giovani e alla consapevolezza che a loro occorre offrire dei modelli, dei grandi modelli di vita.

Permettete allora che sottolinei un particolare significato che attribuisco a questo evento; non soltanto l' omaggio doveroso e reverente al nostro Professor Ennio De Giorgi ma anche una opportunità di riflessione per tutti, giovani e meno giovani, su una vita vissuta interamente come un dono agli altri: alla famiglia, ai colleghi matematici, alla nostra terra, alla società; dono offerto in maniera consapevole, semplice ed ispirata.

Quando ho ricevuto l' invito, assieme al prof. Pallara, ad essere con voi oggi, non ho avuto alcuna esitazione ad accettarlo. Il mio legame con il Professor De Giorgi si alimentava anche dalla conoscenza comune dei luoghi, delle campagne, dei personaggi di Lizzanello. Molte volte ho avuto il piacere di accompagnarlo nelle sue visite a Lizzanello, spesso assieme al caro fratello Mario; ed ho colto, nelle sue riflessioni, quanto importanti fossero stati per Lui i periodi passati in questo Paese.

Ho avuto un problema, dopo aver accettato l' invito; mi chiedevo come comunicare a voi la mia testimonianza. Pensavo: "del Professore si sa tutto, cosa potrei aggiungere; molto probabilmente a Lizzanello lo conoscono meglio di me".

Sono stati scritti bellissimi articoli per celebrare i profondi ed importanti risultati scientifici del Professore; sono state riportate le testimonianze di amici, conoscenti, colleghi che hanno creato una fitta rete di ricordi attraverso i quali ancora più chiara si staglia la grandezza umana di Ennio De Giorgi.

Il Prof. Carriero ha presentato una bellissima relazione trattando sia la vita scientifica sia la personalità del Professore, in occasione di un incontro organizzato dal Lions Club di Lecce; il Prof. Leaci ha preparato un omaggio in occasione della intitolazione del Dipartimento di Matematica di Lecce. Altri amici del nostro Dipartimento hanno scritto del Professore su varie riviste (De Cecco).

Cosa potrei aggiungere... qualche piccolo ricordo, ... un breve momento di riflessione su quanto il Professore ha donato a me, e ad altri amici — tutti giovani studenti dell' Università di Lecce — come Maestro ... è il termine esatto per dare una dimensione all' influenza del Professore su di noi giovani inesperti e volenterosi.

Maestro che con sapiente e paziente guida, con cura ed amore ha coltivato la nostra crescita. Ed attraverso l' amore e l' interesse per una disciplina da tutti ritenuta arida (la Matematica) ha allargato la nostra visione del mondo, della vita, dell' impegno non solo professionale ma anche sociale.

Senza prediche, senza, quasi, ce ne accorgessimo.

La sua naturalezza nel trattare i problemi di Matematica, la sua preveggenza nell' indicare i problemi più interessanti per il futuro delle teorie matematiche di cui si interessava, la sua "genialità" nel ripercorrere vie matematiche (a Lui note o ignote) con una visione personalissima ma sempre orientata a contemperare l' arditezza dell' astrazione con la concretezza delle applicazioni, era anche il suo naturale habitus per parlarci dei problemi della vita, senza enfasi, con concretezza e con un orizzonte di valori chiaro. Sia che trattasse dei piccoli problemi di ogni giorno, sia che trattasse dei grandi problemi la sua attenzione era massima.

Quella che, per alcuni di noi all' inizio delle frequentazioni, sembrava una sorta di distrazione, abbiamo poi compreso essere invece un silenzio pensieroso che avrebbe generato il consiglio più accorto, l' incoraggiamento, le vie da seguire; mai le preoccupazioni, mai lo scoramento, sempre l' invito a coltivare la speranza; in ogni situazione ed in ogni momento.

Questa accortezza nell' evitare le preoccupazioni altrui, nell' invitare sempre tutti alla speranza, l' abbiamo vissuta in molti; quando abbiamo approfittato della sua generosità caricandolo dei nostri problemi, i più vari: da quelli della famiglia a quelli del lavoro; da quelli dell' impegno politico a quelli più semplici della vita quotidiana.

Ed abbiamo sentito la partecipazione ai nostri problemi. Quando ci rassicurava, noi riacquistavamo la tranquillità; che Lui partecipasse veramente con amicizia ed interesse ai nostri problemi, ci rendevamo conto solo successivamente quando, con discrezione, ci chiedeva informazioni sull' esito dei problemi di cui avevamo discusso. E il suo sorriso, che ora ci manca immensamente, ci comunicava la sua gioia.

Non abbiamo faticato molto a comprendere che l' orizzonte umano del nostro Maestro, che abbracciava e giustificava l' orizzonte scientifico, è sempre stata la FEDE.

E per me comprendere questo fatto è stato un momento di crisi. Da giovani non è difficile assumere posizioni di rottura rispetto alla tradizione ed allontanarsi da quelle che sono le "buone idee" che i genitori cercano di trasmetterci. Con la frequentazione del Professore, la stima era costretta a passare dal campo scientifico al campo umano; ti ritrovavi ad interrogare te stesso, le tue azioni, i tuoi convincimenti alla luce delle sue parole, e soprattutto dei suoi comportamenti, dei suoi silenziosi richiami a più alti ideali.

Per me è stato subito chiaro, anche, che la FEDE per il Professor De Giorgi non era l' orizzonte a cui noi siamo abituati. Per il Professore la FEDE è stato un orizzonte attuale, presente nelle grandi e nelle piccole cose della vita quotidiana. È stata la spinta per farsi promotore (Lui così schivo per le manifestazioni pubbliche) di appelli accorati per la liberazione di detenuti, attraverso l' azione di Amnesty International; è stato il motivo del suo interessamento per la questione cecena e curda, in periodi non sospetti (a riprova della sua grande capacità di analisi anche nel campo politico); è stato il motivo per tante altre attività sociali, silenziose, concrete e discrete, che molti di noi conoscono.

Io non so quanto avrebbe potuto ancora proporci il Professore sia nel campo delle scienze che per la nostra crescita umana.

Fino agli ultimi giorni della sua vita ci ha testimoniato il suo amore per la ricerca del bene e del vero in ogni aspetto della vita (scientifico, sociale, culturale) con il suo impegno e la sua costanza. A settembre del 1996, in partenza per Pisa, ci eravamo lasciati con la promessa di ridiscutere, al ritorno a Lecce, alcuni problemi di Matematica che avevano occupato il periodo d' agosto. Anche se come precisò, sorridendo: *Ci sentiamo al ritorno, ché quando entri in ospedale non sai quando ne esci*.

Una cosa era chiara al Professore e la si poteva cogliere subito nei suoi insegnamenti: che si può sempre migliorare.

Qualunque sia il punto di partenza, qualunque sia la posizione raggiunta, qualunque siano le vette conquistate, e, soprattutto si deve reagire attivamente e positivamente qualunque siano le sconfitte patite.

Avere FEDE ed avere SPERANZA sempre, questo il suo segnale. E nel superare le difficoltà e le sconfitte patite il Professore ci proponeva la COMPRENSIONE e la CONDIVISIONE, per rafforzare i legami e la stima. È facile condividere le gioie, più difficile i dolori, ma questa condivisione è sicuramente più utile.

Si può migliorare soprattutto se si esercita l' UMILTÀ come è stata da Lui esercitata.

Il miglior Maestro è quello che impara dai suoi allievi,

era una sua massima, ma anche vita vissuta. Umiltà che esercitava immensamente con i bambini ed i fanciulli. Il rapporto del Professore con i bambini, che tutti noi amici leccesi abbiamo vissuti tramite i nostri figli, è forse un capitolo poco conosciuto della sua personalità.

Io mi reputo fortunato anche per il fatto che i miei figli abbiano avuto la possibilità di conoscere il Professor De Giorgi, di ascoltare le pazienti spiegazioni alle loro domande, di aver potuto discutere con Lui dei loro problemi.

Abbiamo, sicuramente, perduto una guida; spesso, a distanza di sette anni dalla Sua morte, ci ritroviamo, noi amici leccesi, a domandarci: "Cosa avrebbe detto il Professore? Cosa ci avrebbe consigliato?" e sentiamo la Sua mancanza; abbiamo paura di non saper trasmettere i Suoi insegnamenti; ma siamo coscienti che la strada sulla quale Lui ci ha guidato è quella giusta.

Non sapevamo come adoperarci per diffondere, al di fuori del nostro ambiente di lavoro, questa nostra convinzione e per offrire a quante più persone possibile l' opportunità di conoscere la vita di questo grande UOMO che è frutto della nostra terra.

La lodevole iniziativa del Comune di Lizzanello è sicuramente uno strumento da utilizzare; non solo per far conoscere il Professor De Giorgi ed il suo alto Magistero ma anche per portare concretamente avanti alcune delle iniziative che Lui aveva promosso negli ultimi periodi della sua vita; come, per esempio, la diffusione e lo studio presso le Scuole della DICHIARAZIONE UNIVERSALE DEI DIRITTI DELL' UOMO.

Dichiarazione che, assieme al Libro dei Proverbi dell' Antico Testamento e ai Pensieri di B. Pascal, è stato un riferimento costante nei suoi scritti.

Se uno mi chiedesse qual è l' insegnamento "generale" sulla Matematica che il professore ti ha lasciato, non avrei alcuna esitazione a dire: Mi ha insegnato a non sottovalutare le cose "semplici" e ad indagare, con impegno e costanza, la loro infinità complessità e ricchezza.

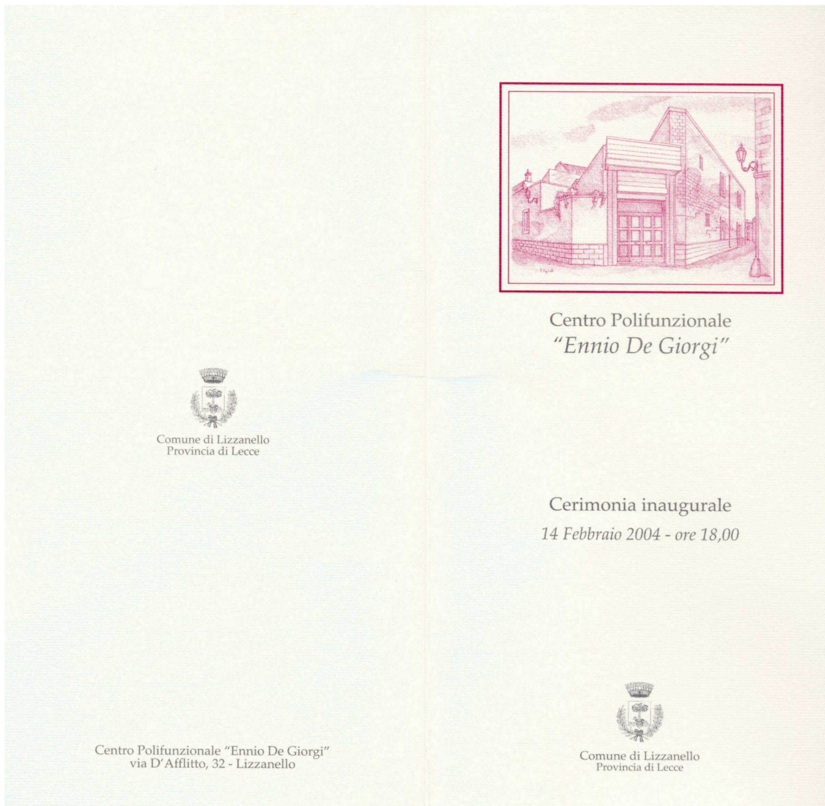
Lo stesso insegnamento ci ha lasciato per la vita. Quanta semplicità nell' affermare: *Ama il prossimo tuo come te stesso*, ma quanto questa affermazione è profonda ed impegnativa. Una affermazione che colpisce al di là di ogni distinzione di religione o di razza e che Lui ha concretizzato nella Sua vita. Chi poi ha avuto il piacere, e la fortuna, di esserGli più vicino, ha potuto comprendere che il suo insegnamento scaturiva da una ancora più semplice e profonda affermazione, che segna tutta la religiosità e l' umanità del Maestro: *Iddio creò l' uomo a sua immagine, a immagine di Dio lo creò ...* (E aggiungo io, scusandomi con il Manzoni: *Noi chiniam la fronte al massimo Fattore che volle in Lui del creator Suo Spirito più vasta orma stampar*).

Voglio concludere con un pensiero rivolto ai promotori, ricordando un pensiero espresso nell' orazione funebre dell' allora Rettore dell' Università di Pisa, Prof. Luciano Modica, Suo allievo.

Ognuno di noi, con le proprie competenze e le proprie capacità, si adoperi per mantenere accesa la fiammella che il Professore De Giorgi ci ha consegnato.

Ed aggiungo: La nostra testimonianza non si esaurisca ma sia alimento per i nostri giovani, ai quali faccio questo augurio:

> **"Che abbiate la fortuna di avere un Maestro come è stato per me e per i miei amici il Professor Ennio De Giorgi"**.



Comune di Lizzanello
Provincia di Lecce

Centro Polifunzionale "Ennio De Giorgi"
via D'Afflitto, 32 - Lizzanello

Centro Polifunzionale
"Ennio De Giorgi"

Cerimonia inaugurale
14 Febbraio 2004 - ore 18,00

Comune di Lizzanello
Provincia di Lecce

"All'inizio e alla fine abbiamo il mistero.
Potremmo dire che abbiamo il disegno di Dio.
A questo mistero la matematica ci avvicina,
senza penetrarlo"

(Ennio De Giorgi)

Programma

TAGLIO DEL NASTRO

On.le Dr. Raffaele Fitto
Presidente della Regione Puglia

Rag. Renato Stabile
Sindaco del Comune di Lizzanello

SALUTI

Dr. Silverio Marchello
Assessore del Comune di Lizzanello

Dr. Costantino Giovannico
Vice Sindaco e Assessore alla cultura
del Comune di Lizzanello

Dr. Avv. Guido De Magistris
Segretario Generale e Direttore Generale
del Comune di Lizzanello

Prof. Oronzo Limone
Magnifico Rettore
dell'Università degli Studi di Lecce

INTERVENTI

Prof. Fulvio Ricci
Preside della classe di Scienze
della Scuola Normale Superiore di Pisa

Prof. Eduardo Pascali
Ordinario di Analisi matematica
presso l'Università degli Studi di Lecce

Prof. Carlo Sempi
Direttore del Dipartimento di Matematica
dell'Università degli Studi di Lecce

Prof. Mariano Giaquinta
Ordinario di analisi matematica
presso la Scuola Normale Superiore di Pisa
e Direttore del Centro di ricerche matematiche
"Ennio De Giorgi" di Pisa

COORDINATORE

Prof. Diego Pallara
Ordinario di Analisi matematica
presso l'Università degli Studi di Lecce

Nel corso della manifestazione tra il Comune di Lizzanello e la Scuola Normale Superiore di Pisa sarà sottoscritto il protocollo d'intesa relativo alla istituzione di una borsa di studio.

5.10 *E. Giusti,* RICORDO DI ENNIO DE GIORGI.

Articolo apparso in "Matematica e cultura 2004", (a cura) di M. Emmer ed. Springer, 2004, 3–8

Ho incontrato per la prima volta Ennio De Giorgi nel novembre 1958. All' epoca, De Giorgi era a Roma, assistente di Aldo Ghizzetti, e teneva le esercitazioni di analisi per gli studenti di Fisica del primo anno. Io mi ero iscritto quell' anno a Fisica, e seguivo le sue lezioni. Qualche settimana dopo l' inizio trovammo un altro assistente e venimmo a sapere che De Giorgi aveva vinto la cattedra di Analisi a Messina e si era trasferito. Dal fatto che il nuovo assistente ne parlasse con evidente ammirazione si poteva dedurre che De Giorgi aveva fatto delle scoperte importanti, anche se nessuno di noi studenti ebbe mai la curiosità di chiedere di che si trattasse.

Più tardi seppi che poco tempo prima del nostro fugace incontro, De Giorgi aveva dimostrato uno dei suoi risultati più importanti, oggi noto come "teorema di De Giorgi-Nash", in poche parole la regolarità delle soluzioni di equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico a coefficienti discontinui. Con questo teorema si colmava una lacuna importante tra i risultati di esistenza e quelli di regolarità nel calcolo delle variazioni, e più in generale nella teoria delle equazioni ellittiche non lineari.

Un secondo incontro con De Giorgi, questa volta più duraturo, avvenne nel 1965 a Pisa, dove ero arrivato dopo una breve quanto infelice esperienza nel campo della fisica delle particelle elementari. Grazie ai buoni auspici di Giuseppe Da Prato, anch' egli transfuga dalla fisica teorica, riuscii a ottenere un posto di assistente incaricato di analisi con Sergio Campanato, e mi trasferii a Pisa. Il caso volle che mi venisse assegnato uno studio in coabitazione con Mario Miranda, che si era laureato qualche anno prima con De Giorgi e continuava a occuparsi di superfici di area minima, mentre io studiavo equazioni alle derivate parziali con l' ausilio dei metodi di Campanato.

De Giorgi era considerato all' epoca una specie di oracolo, a cui si ricorreva quando si aveva bisogno di una spinta che aiutasse a superare un punto morto o di un parere sulla plausibilità di un' ipotesi. Anch' io ebbi occasione di rivolgermi al suo consiglio quando, insieme a Da Prato, studiavamo equazioni di evoluzione e avevamo pensato a una possibile dimostrazione che De Giorgi smontò con poche parole. In genere un' affermazione di De Giorgi era considerata come un dato di fatto, ma al mio arrivo a Pisa ero piuttosto inesperto e non tenni nel debito conto il suo parere. Si parlava di alcuni problemi aperti nella teoria delle equazioni a derivate parziali, e io accennai all' estensione del teorema di De Giorgi–Nash dalle equazioni singole ai sistemi di equazioni. De Giorgi rispose che credeva che per i sistemi il teorema fosse falso, e che pensandoci un po' si sarebbe anche trovato un controesempio, cioè un sistema di equazioni ellittiche con una soluzione discontinua. Se avessi conosciuto meglio De Giorgi mi sarei precipitato a cercare l' esempio a cui aveva accennato, e forse avrei anche potuto trovarlo; invece lasciai cadere lì il problema, e poco tempo dopo lo stesso De Giorgi pubblicava un esempio di limpida semplicità.

L' esempio di De Giorgi riguardava un sistema lineare a coefficienti discontinui; parlandone con Miranda, con cui, come dicevo, condividevo lo studio, riuscimmo a trovarne uno simile per un sistema non lineare ma con coefficienti regolari, chiudendo così ogni possibilità di estendere il risultato di regolarità da una a più dimensioni.

Da questo lavoro cominciò un periodo breve ma intenso di collaborazione con Miranda. Quasi contemporaneamente ai controesempi alla regolarità generale dei sistemi ellittici non lineari, Charles B. Morrey dimostrava un risultato più debole, ma che alla luce degli esempi precedenti acquistava un significato molto maggiore. Il risultato di Morrey si può enunciare così: pur non essendo in genere regolari dappertutto, le soluzioni di sistemi ellittici non lineari non sono però "troppo" singolari: le loro singolarità infatti sono limitate a un insieme chiuso di misura nulla. Il metodo di Morrey coniugava la teoria delle equazioni ellittiche con le tecniche delle superfici di area minima, introdotte da De Giorgi e rielaborate da Fred Almgren. Mettendo insieme le nostre conoscenze nei due campi, Miranda e io riuscimmo a semplificare e migliorare i risultati di Morrey, e a dimostrare tra l' altro che per sistemi in dimensione n le singolarità avevano una dimensione inferiore a $n-2$. Da questo lavoro e dall' articolo di Morrey avrebbe preso l' avvio la teoria della regolarità parziale, che caratterizza i sistemi ellittici e i minimi di funzionali vettoriali nel calcolo delle variazioni.

A questo punto conviene fare un passo indietro di alcuni anni, e accennare all' opera di Alessandro Faedo nella creazione della scuola matematica pisana.

Dopo la morte di Leonida Tonelli, la matematica a Pisa aveva conosciuto un periodo di decadenza, nonostante la presenza della Scuola Normale Superiore che reclutava studenti di notevoli capacità da tutta Italia. L' inversione di tendenza avvenne grazie all' opera lungimirante di Alessandro Faedo, un matematico di buon livello, all' epoca rettore dell' università. Faedo si pose l' obiettivo di ricoprire i posti vacanti, e altri che si venivano creando, con i migliori matematici disponibili a trasferirsi a Pisa. Vennero così chiamati tra gli altri Ennio De Giorgi, Giovanni Prodi, Guido Stampacchia e, più tardi, Sergio Campanato per l' analisi; Aldo Andreotti ed Edoardo Vesentini per la geometria, Iacopo Barsotti per l' algebra. Insieme a loro, arrivarono a Pisa moltissimi giovani di diversa formazione provenienti sia da Pisa che da altre università, attratti questi ultimi dalla qualità dell' ambiente scientifico pisano e dalle opportunità che erano loro offerte. Grazie a una politica di estrema apertura, tutti si inserirono immediatamente, nella maggior parte dei casi con successo, nelle ricerche promosse a Pisa. Questa concentrazione di matematici di assoluta rilevanza internazionale fece sì che Pisa diventasse il centro di maggior rilievo per la matematica in Italia, e provocò l' arrivo di numerosissimi visitatori da ogni parte del mondo, sia matematici affermati che contribuirono a innalzare ancora di più il livello degli studi, sia giovani brillanti che vedevano nell' ambiente pisano un' occasione per affinare le proprie conoscenze e per mettere alla prova il loro talento.

Tra gli avvenimenti più rilevanti della politica di Faedo fu l' arrivo a Pisa di Enrico Bombieri. Arrivato giovanissimo alla cattedra, Bombieri dopo un anno passato a Cagliari si trasferì a Pisa, dove grazie al suo carattere aperto e alla sua capacità di padroneggiare i più differenti campi della matematica instaurò ben presto una serie di collaborazioni con i colleghi e divenne un punto di riferimento per chiunque avesse incontrato difficoltà in qualsiasi settore della matematica. Bombieri arrivava a Pisa accompagnato da una fama acquistata soprattutto per le sue ricerche in teoria dei numeri, iniziate quando era ancora studente liceale, ma dopo poco le sue ricerche comprendevano parti lontane come la geometria algebrica e le equazioni alle derivate parziali. Quanto a metodo di lavoro Bombieri, almeno stando alle apparenze, era per molti versi agli antipodi di De Giorgi: sistematico ed enciclopedico il primo, intuitivo e quasi distaccato il secondo. L' incontro tra i due era destinato a produrre in breve importanti risultati.

Ancora una volta il tramite tra i due fu Mario Miranda. All' epoca De Giorgi stava studiando il problema della regolarità dei grafici di area minima, cioè delle superfici minime che si potevano rappresentare come grafici di una funzione $u(x)$ di n variabili. Questo caso era in un certo senso più semplice di quello generale, perché la funzione $u(x)$ era soluzione, anche se in un senso molto generalizzato, di un' equazione alle derivate parziali. Il problema della regolarità della funzione u (e dunque della superficie che ne era il grafico) si poteva ridurre in questo caso a dimostrare che le sue derivate erano limitate; in parole più precise ma un po' più gergali, si trattava di ottenere una maggiorazione *a–priori* per le derivate di u.

Poco prima dell' arrivo di Bombieri a Pisa, in occasione di un convegno sulle equazioni alle derivate parziali, Miranda aveva dato un risultato di regolarità parziale e aveva annunciato che De Giorgi aveva ottenuto una dimostrazione della maggiorazione *a priori* valida per ogni dimensione. Da quanto fu dato di capire, la dimostrazione di De Giorgi procedeva per assurdo; in altre parole si supponeva che la maggiorazione non sussistesse e poi con una serie molto complessa di deduzioni si faceva vedere che una tale ipotesi non poteva sussistere in quanto veniva in contraddizione con risultati dimostrati in precedenza.

In realtà, nessuno che io sappia ha mai letto la dimostrazione di De Giorgi, e non so nemmeno se essa sia mai stata esposta oralmente in modo completo.

Quello che è certo è che la collaborazione tra De Giorgi, Miranda e Bombieri, che al suo arrivo a Pisa sapeva poco di equazioni alle derivate parziali ma aveva una grandissima esperienza nelle valutazioni "fini" della teoria dei numeri, produsse in breve tempo una dimostrazione diretta della maggiorazione a priori, più esplicita e per molti versi più bella di quella originale che venne abbandonata. Alcuni anni più tardi, N. Trudinger doveva trovare una dimostrazione quasi completamente elementare, che è quella che ora si trova nei libri sull'argomento.

Come si è detto, la maggiorazione del gradiente aveva come conseguenza la regolarità dei grafici di area minima, cioè di quelle superfici minime che erano esprimibili come grafico di una funzione di un numero qualsiasi di variabili. Essa fu anche un ingrediente fondamentale per gli sviluppi successivi della teoria.

Alcuni problemi rilevanti restavano ancora aperti. In primo luogo, quello della regolarità delle superfici minime generali[1], senza supporre che fossero esprimibili come grafici di funzioni. In secondo luogo, l' estensione a un numero qualsiasi di dimensioni del cosiddetto "teorema di Bernstein". Quest' ultimo era un risultato che Sergei Bernstein aveva dimostrato agli inizi del '900 per i grafici di area minima nello spazio tridimensionale: le sole soluzioni dell' equazione delle superfici minime su tutto il piano sono i piani. Si trattava dunque di estendere questo teorema a grafici minimi in n dimensioni.

Grazie a dei risultati di W. Fleming e di De Giorgi, ambedue questi problemi si potevano ricondurre a quello dell' esistenza di coni di area minima. Più precisamente, Fleming e De Giorgi avevano dimostrato in lavori successivi che la non esistenza di coni minimi in $\mathbb{R}^n$ è equivalente alla regolarità delle superfici minime nello spazio n-dimensionale e implica la validità del teorema di Bernstein in $\mathbb{R}^{n+1}$. In particolare, dato che non esistono coni minimi in dimensione 2, i risultati di Fleming e De Giorgi forniscono una nuova dimostrazione del teorema di Bernstein.

Dimostrare la non esistenza di coni minimi non era compito dei più agevoli. Miranda aveva fatto un primo passo passando da due a tre dimensioni, F. Almgren aveva portato il limite a quattro e J. Simons aveva escluso la possibilità di coni minimi fino a sette dimensioni. Allo stesso tempo però Simons aveva indicato l' esistenza di un cono nello spazio a otto dimensioni che rappresentava un minimo "locale", tale cioè che la sua area aumentava quando veniva sottoposto a variazioni abbastanza piccole. Non si era ancora a un cono di area minima, per il quale occorreva dimostrare che l' area aumentava sempre, anche per deformazioni grandi, ma certamente il cono di Simons poneva in questione la convinzione, abbastanza diffusa tra gli specialisti, che le superfici minime fossero regolari in ogni dimensione.

Più radicata era l' altra convinzione, della possibilità di estendere il teorema di Bernstein a dimensione arbitraria. Il motivo di questa differenza è presto detto. La non esistenza di coni minimi, come si è visto, era equivalente alla regolarità delle superfici minime; di conseguenza, il fatto che ci

[1]Per la precisione, si tratta di ipersuperfici, cioè di superfici di dimensione $n-1$ in uno spazio di dimensione n, altrimenti dette superfici di codimensione 1. A quanto mi risulta, De Giorgi non si è mai occupato seriamente di superfici a codimensione maggiore di 1.

fosse un cono che poteva essere minimo poneva in dubbio questa regolarità. Al contrario, la relazione tra coni minimi e teorema di Bernstein era più strumentale: è vero che se si fosse dimostrato che i coni minimi non esistevano allora si sarebbe esteso automaticamente il teorema, ma ciò non perché le due cose fossero in linea di principio equivalenti, ma solo a causa della particolare dimostrazione di Fleming-De Giorgi. Di conseguenza, anche se questa fosse venuta a mancare per l'apparizione di un cono minimo, non era però esclusa la possibilità di dimostrare lo stesso teorema per un' altra strada, che non facesse uso della tecnica introdotta da Fleming e De Giorgi.

Per De Giorgi invece il cono di Simons era il peso che faceva inclinare l' ago della bilancia sulla parte negativa, e questo non solo per la regolarità, ma anche per la possibilità di estendere il teorema di Bernstein. La direzione in cui bisognava muoversi era dunque da una parte di dimostrare che il cono di Simons era un minimo assoluto, e dall' altra costruire un esempio di un grafico minimo in dimensione 8 che non fosse un piano, o almeno dimostrarne l' esistenza.

Naturalmente una cosa è dire e un' altra è fare. In questo caso la collaborazione tra Bombieri e De Giorgi si rivelò essenziale, anche grazie alle diverse caratteristiche dei due. E poiché Miranda, vinto da poco il concorso a cattedra, si era trasferito a Genova, mi trovai io a collaborare con loro in questa impresa.

Il metodo di lavoro si era organizzato quasi spontaneamente in modo da esaltare le capacità di tutti. In genere, ci si trovava nella tarda mattinata o nel primo pomeriggio, per lo più nello studio di De Giorgi in Normale, per discutere la situazione e i possibili sviluppi. Una volta individuate le direzioni più promettenti, era per lo più compito di Bombieri e mio di esplorarle nei dettagli, non di rado piuttosto complessi e prolissi. Qui veniva messa a frutto la capacità di Bombieri di vedere le simmetrie e le possibili semplificazioni in formule che talvolta superavano la mezza pagina, e quindi di progredire dove altri si sarebbero arrestati con un sentimento di impotenza. La velocità con cui Bombieri procedeva era sorprendente, e a volte era difficile non dico precederlo ma anche tenergli dietro. In ogni caso, questo lavoro prendeva spesso tutto il pomeriggio, quando non avevamo lezioni o altri impegni, e a volte continuava anche dopo cena. Il giorno dopo, i risultati trovati e le eventuali novità emerse venivano di nuovo discusse con De Giorgi, che nel frattempo si era mosso autonomamente nella ricerca di una strada.

Non è possibile descrivere nei dettagli né il tipo di ostacoli che fu necessario superare né le soluzioni tecniche che condussero al successo. La questione della minimalità del cono di Simons venne ridotta a un problema di analisi qualitativa di un' equazione differenziale ordinaria, legata alla particolare simmetria del cono. Per quello che riguarda la falsità del teorema di Bernstein in dimensione 8, nell' impossibilità di trovare un esempio esplicito di soluzione intera dell' equazione delle superfici minime, diversa da un piano, fu possibile costruire una soluzione come limite di opportune soluzioni su insiemi limitati, e dimostrare che non poteva essere un piano. In questo programma un ruolo determinante fu giocato dalla maggiorazione a priori di Bombieri, De Giorgi e Miranda.

Guardando le cose all' indietro può sembrare che in fondo non si sia fatto altro che seguire il cammino naturale che doveva condurre alla dimostrazione. In effetti il racconto, quando ciò è possibile, non può che riferire la strada maestra senza riportare gli innumerevoli meandri e i tentativi andati a vuoto; tutti eventi destinati ad essere immediatamente dimenticati. Per dare però un'idea della mole di lavoro durato alcuni mesi (non ricordo di aver mai sudato tanto su un singolo risultato) basterà dire che solo per i calcoli necessari a condurlo a termine Bombieri e io abbiamo consumato una scatola di gessi e due risme di carta.

II lavoro venne pubblicato nel 1969 con il titolo *Minimal cones and the Bernstein problem*. A detta di R. Osserman, fu uno dei risultati più sorprendenti di quegli anni.

Appendice A

Valore Sapienziale della Matematica

E. De Giorgi
MATEMATICA, VALORE SAPIENZIALE DELLA —
in "Dizionario interdisciplinare di Scienza e Fede"
(a cura di Giuseppe Tanzella–Nitti e Alberto Strumia)
Urbaniana University Press, Città Nuova 2002, Vol 1, 841–848.

A.1 La matematica e le altre forme di sapere

Ognuno di noi conosce soltanto una parte piuttosto piccola della matematica e una parte ancora più piccola delle relazioni che intercorrono tra matematica, altre scienze ed altre forme del sapere. Sappiamo infatti certamente che la matematica non è solo in relazione con le scienze sperimentali, con la tecnica, con l' economia ma, per molti aspetti, è in relazione anche con la filosofia, la musica, le arti figurative.

La riflessione sui rapporti tra la matematica e la totalità del sapere, quella che gli antichi chiamavano sapienza, comprendendo in quest' ultimo termine le scienze, le arti, la giustizia e l' umanità, è un campo sconfinato che non pretendo di esaurire; mi auguro solo di convincere anche chi ha minori conoscenze matematiche che l' amore della matematica è una parte viva di quel sentimento umile e forte che gli antichi chiamavano filosofia, cioè amore della sapienza. È noto che gli antichi non vollero chiamarsi sofologi, anzi il termine sofista assunse nella tradizione occidentale un significato negativo, mentre rimase il valore del termine filosofo, persona che ama la sapienza senza poter pretendere di parlare con competenza della stessa sapienza. Infatti nessun uomo può parlare con competenza della sapienza, ma d' altra parte tutti sono chiamati a ricercarla; nessuno può aspirare al titolo di sofologo, tutti e in special modo coloro che insegnano materie scientifiche, devono aspirare al titolo di filosofo, persona che ama la sapienza con molta semplicità, modestia e ne riconosce il grande valore.

Del resto abbiamo la tradizione di grandi scienziati come Galilei, Newton e altri, che amavano definirsi filosofi naturali, non per un atto di superbia, ma piuttosto per un senso di doverosa devozione verso la sapienza di cui sono parte viva le scienze da loro coltivate. Le diverse scienze non debbono essere viste come pezzi di una macchina ma piuttosto come rami vivi dell' albero della sapienza ed acquistano valore nella misura in cui le sentiamo legate al tronco da cui traggono e a cui danno alimento; anche nel caso della matematica, penso che il suo successo derivi dalla capacità di ogni insegnante, di ogni ricercatore, di comunicare al pubblico il senso di questo legame.

La gente spesso considera la matematica come un mondo separato dal resto del sapere: tutti hanno fiducia nell' attendibilità della matematica. Ad esempio, chi è convinto di un' affermazione, dice spesso che è matematicamente certo; tutti riconoscono l' utilità della matematica, sanno che la fisica, l' ingegneria, l' economia non ne possono fare a meno, ma vi sono persone che lavorano in campi in cui si usa molto la matematica, senza avere piena coscienza del fatto che per utilizzarla bene occorre amarla. In genere la matematica non fornisce metodi pronti per ogni problema di fisica, di ingegneria, di biologia, ecc., però, chi ha capito lo spirito della matematica riesce sia ad usare i mezzi che essa offre (teorie già pronte, metodi già sperimentati) sia ad elaborare alcune idee generali adattandole ai problemi concreti che deve affrontare. Da ciò deriva la necessità non solo di conoscere alcune teorie matematiche, ma di comprendere lo spirito di questa scienza, anche se non si può pretendere di conoscerla tutta.

La matematica non è una raccolta di formule già scritte e alle domande di ingegneri e fisici del tipo "Come si calcola questo integrale?", oppure "In che modo si potrebbe risolvere questo problema?"; nove volte su dieci il matematico non ha la risposta pronta, poiché non è capace di risolvere con rapidità un complicatissimo problema. Sarebbe piuttosto auspicabile che un matematico, un ingegnere ed un fisico avessero la volontà e la possibilità di collaborare in modo più continuo, per andare a fondo nella analisi dei problemi e per arricchire la propria mente attraverso il confronto di diverse mentalità ed esperienze. Per esempio, l' ingegnere e il fisico riescono a capire meglio quali sono gli strumenti matematici più convenienti per impostare e risolvere un problema, ricordando che qualche volta occorre ridurre un problema generale a un caso particolare significativo, altre volte immergerlo in una classe di problemi molto più vasta.

D'altra parte il matematico spesso ricava dalla conversazione con il fisico o l' ingegnere suggestioni assai utili, specialmente quando ad una domanda non risponde sul momento ma è costretto a meditare, a cercare le ragioni per cui non sa rispondere, si accorge che vi sono degli aspetti delle sue teorie matematiche che devono essere rielaborati.

Alcune teorie matematiche su cui ho lavorato per lungo tempo nascevano da questioni apparentemente semplici, da problemi di fisica classica, quali le possibili forme di un insieme di bolle di sapone, la maniera in cui queste si possono incontrare formando particolari sfaccettature, i loro possibili spostamenti. Un altro esempio è il problema della conducibilità media di un mezzo composito, per esempio una piastra costituita di materiali diversi suddivisi piuttosto finemente.

Nel mio caso i problemi sono stati occasione di riflessione sulla capacità delle teorie matematiche esistenti, non tanto di risolvere numericamente i problemi, ma di riuscire ad impostarli con una certa chiarezza. Grandi matematici o grandi fisici sono stati individui come Enrico Fermi che hanno saputo indovinare il giusto modello matematico di un certo fenomeno, cercando poi di sviluppare i calcoli da soli o insieme ad altri. Ad esempio, la relatività generale di Einstein esprime l' idea fondamentale che un buon modello dello spazio–tempo in cui viviamo non è piatto (in termini matematici non è uno spazio lineare) ma ha delle curvature. L' approssimazione lineare rappresentata dalla relatività ristretta era una prima approssimazione valida per intervalli di tempo e spazio non troppo grandi, ma era solo un' approssimazione, così come la carta geografica di una città o di una provincia è una rappresentazione piana di una piccola parte della superficie terrestre, che naturalmente non può essere immaginata tutta come un piano. La terra può essere considerata piana "in piccolo" (o almeno le pianure sono piane "in piccolo") senza esserlo "in grande"; lo stesso avviene a un livello superiore, quando si considera l' universo fisico. Spazi con curvature vengono studiati con buoni risultati anche se ciò comporta notevoli difficoltà, e la struttura geometrica dell' Universo presenta ancora moltissimi problemi; forse vi saranno delle irregolarità, magari legate ai buchi neri ipotizzati da vari astrofisici. Quale che sia la geometria più adatta a descrivere l' universo, l' intuizione di una teoria non lineare è stata un' idea che ha consentito alla fisica di fare il grande salto in avanti e oggi la non linearità ritorna costantemente nella matematica, nella fisica, nell' ingegneria. Fino alla prima metà di questo secolo i matematici e i fisici puntavano molto sulle equazioni differenziali lineari; avere a che fare con un' equazione differenziale lineare, intuitivamente significa avere dei fenomeni in cui, se si applicano delle forze e si perturba in qualche modo il fenomeno, la risposta è direttamente proporzionale alla sollecitazione; in altri termini, sommando diverse cause si ha parallelamente la somma degli effetti. Questa idea di linearità risponde all' intuizione più semplice dei rapporti di causa ed effetto e spesso viene adottata quasi inconsciamente. Adesso, invece, moltissimi fenomeni dell' idrodinamica, della plasticità, della biofisica mostrano un fatto abbastanza sconcertante: l' approssimazione descritta dalle equazioni differenziali lineari (approssimazione in cui all' incirca c' è la proporzionalità tra causa ed effetto) nella maggior parte dei fenomeni complessi descrive bene i fatti solo in intervalli piccolissimi.

La non linearità implica che un leggero cambiamento di dati può portare ad un grosso cambiamento sul risultato finale e ciò è fonte di grandi difficoltà sia teoriche che pratiche; tutte queste difficoltà d' altra parte hanno portato ad ampi sviluppi (ancora in corso) dell' analisi matematica. Problemi legati alla non linearità sono stati utili anche alla matematica pura ed hanno stimolato il matematico a considerare sotto un'altra ottica le sue idee sullo spazio, le operazioni, le relazioni; le stesse difficoltà di calcolo e di previsione sono una sfida assai stimolante. Oggi tutte le persone che lavorano in analisi si accorgono che se dovessero limitarsi alle equazioni differenziali lineari, perderebbero una ricchezza enorme di prospettive originali, di possibilità di interpretare con nuovi modelli matematici fenomeni complessi che prima apparivano intrattabili.

Nello scambio di idee tra la matematica e le scienze sperimentali è opportuno lasciare ampia libertà ad entrambe le parti. Il matematico deve essere libero di adottare quelle semplificazioni che rispettano le proprietà qualitative del fenomeno ma ne rendono più semplice lo studio. Ad esempio, nello studio degli equilibri ambientali, il matematico deve limitarsi, almeno in prima istanza, all' ipotesi dell' esistenza di due sole specie: preda e predatore. Se invece volesse pensare subito a un ambiente costituito da cinquanta specie di animali, duecento specie di piante, ecc. le complicazioni sarebbero tali da non consentire alcuno studio significativo del problema. Il matematico deve essere disposto a fare delle semplificazioni intelligenti, in cui viene ridotto notevolmente il numero dei parametri, ma si cerca di mantenere le proprietà qualitative più significative che erano presenti nel fenomeno originale. Mentre la gente comunemente ritiene che la matematica sia una scienza quantitativa, in realtà, specie nelle fasi iniziali di individuazione dei modelli, l' aspetto qualitativo è preminente rispetto a quello quantitativo, che entrerà in gioco successivamente, al momento opportuno, quando, raggiunta una buona somiglianza tra il modello e l' oggetto studiato, si procede alle correzioni ulteriori, necessarie per ottenere la maggiore aderenza quantitativa.

Spesso si legge sulla stampa che la matematizzazione rischia di banalizzare l' Universo, riducendo fatti qualitativi a fatti quantitativi; invece mi pare che la ricerca matematica, cercando di esplicitare le relazioni esistenti tra gli oggetti dell' Universo, ne riconosce in primo luogo le proprietà qualitative. Penso che questi fatti dovrebbero essere ricordati ai nostri studenti di Facoltà di tipo applicativo che potranno trarre beneficio dalla matematica solo tenendo conto di questi caratteri, non banali, di una disciplina che non è una macchina da utilizzare ciecamente, ma un interlocutore ideale con cui confrontare costantemente la propria visione dei fatti e dei problemi.

A tale visione il matematico apporta contributi importanti; si accorge per esempio che per riuscire a trattare alcuni problemi pratici occorre immergerli in un quadro ideale molto vasto. Un semplice esempio ci viene dall' aritmetica: nessun calcolo numerico utilizzerà numeri con un milione di cifre, in realtà tutti i calcoli si arrestano molto prima; tuttavia è impossibile fare una teoria della aritmetica semplice, pratica e coerente in cui non vale il teorema "esistono infiniti numeri primi". La matematica è in un certo senso costretta ad immergere la realtà finita e visibile in un quadro infinito sempre più esteso; per esempio passare dalla considerazione degli infiniti numeri naturali allo studio degli infiniti e infinitesimi dell' analisi; l' ordine delle cose può essere concepito solo come un intreccio di relazioni tra enti materiali ed ideali che nel loro complesso formano una rete infinita.

Questo quadro presenta non pochi problemi anche per il matematico. Molti di noi, anche solo per sentito dire, conoscono i famosi teoremi di Kurt Gödel (1906–1978); sanno in sostanza che non è possibile dare, con un numero finito di postulati, una descrizione perfetta delle più note strutture infinite di cui possiamo avere solo descrizioni per loro natura incomplete.

In questa prospettiva si possono collocare alcuni problemi insoluti che coinvolgono la matematica e le altre scienze: il nostro è l'unico universo possibile oppure uno dei tanti; le varie costanti fisiche sono più o meno fortuite o sono in qualche modo necessarie; quali sono i parametri liberi nel mondo fisico e quali quelli necessariamente legati da precisi vincoli matematici; qual è nel nostro mondo il giuoco delle necessità e quale il giuoco del caso (l' eterno dibattito tra deterministi ed indeterministi).

Uno dei problemi discussi dai matematici che sono a mezza strada tra matematica, scienze sperimentali, filosofia — in Italia è stato affrontato con molta originalità da De Finetti (1906–1985) (cfr. De Finetti, 1970) — è quello di definire la probabilità. Questa può essere definita assiomaticamente come "misura", cioè come funzione di insieme avente certe proprietà (ad es. additività) e così si perviene ad una teoria assiomatica, da cui tra l' altro si possono dedurre le formule tradizionali del gioco dei dadi e quelle meno tradizionali della meccanica statistica. Da un punto di vista filosofico la probabilità viene definita da alcuni come misura delle nostre attese, cioè dell' incertezza su ciò che avverrà; essa esisterebbe più nella mente dell'uomo che nella natura. Altri concepiscono la probabilità come inerente all' universo in sé e non solo inerente all' uomo che lo osserva.

Il matematico può contribuire alla più larga "ricerca della Sapienza" anche in altro modo. Pur riconoscendo i limiti delle proprie conoscenze su molti argomenti, riesce ad esprimere la parte essenziale di ciò che pensa con delle proposizioni abbastanza semplici e brevi, che possono facilmente essere confrontate con proposizioni analoghe espresse da altri; se questo sistema di proposizioni è ben scelto, da esso si deducono moltissime conseguenze interessanti. Tale metodo di procedere può essere chiamato in senso largo "metodo assiomatico" e la radice ultima di tale metodo è la fiducia nella possibilità di esprimersi in modo semplice e chiaro e nel fatto che da affermazioni apparentemente abbastanza ovvie si possono ricavare, con ragionamenti semplici e coerenti, conseguenze di grande interesse.

Ciò appare chiaro quando si pensa agli assiomi fondamentali della geometria o della aritmetica, da cui discendono tante conseguenze ugualmente importanti sia sul piano teorico che su quello pratico: fuori dal campo matematico si possono citare molti altri "sistemi assiomatici" che hanno profondamente influenzato tutta la storia dell' umanità: basta pensare ai Dieci Comandamenti, al Credo, alle Dodici Tavole, alla Dichiarazione Universale dei Diritti dell' Uomo del 10.12.1948.

D' altra parte, proprio l' applicazione del metodo assiomatico ha permesso all' intelligenza umana di avventurarsi nel "mondo dell' infinito" senza smarrirsi, superando difficoltà e paradossi. È difficile descrivere bene il cammino che ha permesso di superare tali difficoltà: dal paradosso di Achille e la tartaruga, alle antinomie di Burali–Forti e Russel, ai teoremi di Gödel, ecc. Possiamo dire che oggi nel mondo degli enti matematici vi è tutta una scala di infiniti e che la considerazione di oggetti infiniti sembra necessaria alla coerente descrizione degli stessi "oggetti finiti".

Se poi pensiamo al ruolo della matematica nelle scienze, nelle arti e nella tecnica, alla sua importanza nella descrizione delle realtà più diverse, mi sembra che essa suggerisca un' idea assai larga del concetto di "realtà" in cui realtà visibili ed invisibili, finite ed infinite sono legate da relazioni assai complesse, in gran parte misteriose.

La forza del metodo assiomatico risiede nella capacità di descrivere con chiarezza ciò che pensiamo di una realtà in gran parte sconosciuta, una specie di bussola che ci consente di navigare attraverso mari sconosciuti. Certamente neanche le più grandi scoperte di questo secolo, le più ardite teorie fisico–matematiche, la relatività generale, il *Big Bang*, il principio di indeterminazione, gli spazi a infinite dimensioni di Hilbert e Banach, i teoremi di Gödel, danno una risposta alle domande fondamentali riguardanti il mondo, Dio, l' uomo. Tuttavia tali scoperte e teorie hanno avuto un grande merito: hanno liberato lo spirito umano da una concezione troppo angusta della realtà, dalle paure di tutto ciò che appare inatteso e paradossale, hanno confermato in larghissima misura le parole di Amleto

> *Vi sono più cose tra cielo e terra di quante ne sogna la vostra filosofia*

(cfr. W. Shakespeare, *Hamlet*, atto I, scena V).

A.2 La matematica e la religione

Ogni scienza ha una sua struttura interna; in generale la gran parte del tempo di un uomo di scienza viene assorbita dalla soluzione di problemi interni alla sua disciplina. Accanto a questi problemi di tipo "locale" si pongono però — più o meno esplicitamente — problemi di tipo "globale": significato e valore di una determinata scienza presa nel suo complesso, validità dei suoi metodi, "tipo di verità" che essa consegue, postulati impliciti o espliciti su cui essa è fondata, ecc. La riflessione su questi temi porta, alla lunga, alla considerazione di problemi ancora più ampi; i problemi di Dio e dell' uomo: in ultima analisi, problemi religiosi.

Allora, più che vedere se ci sono risultati interni ad una scienza che possano essere interessanti per il discorso sulla religione, si tratta di vedere se c' è una visione globale che dà lo scopo a tutta la scienza. La mia sensazione — ma non solo mia: potrei citare, per esempio, le tesi enunciate dall' illustre matematico sovietico Shafarevich — è che una visione religiosa può dare senso anche al lavoro spicciolo della usuale ricerca matematica (cfr. Shafarevich, 1973).

Ogni volta che si tenta un inquadramento (dall' interno) della matematica ci si trova di fronte a difficoltà invincibili e, in sostanza, si incontra una certa forma di mistero. Operando come matematico, sono portato ad ammettere che: non solo le cose che esistono sono, come è ovvio, più di quelle che conosco, ma per poter parlare delle cose conosciute sono costretto a fare riferimento a cose sconosciute e umanamente inconoscibili; non riesco mai a delimitare due zone: una di perfetta chiarezza e una di totale oscurità; è sempre incerto il confine fra le cose conosciute o conoscibili e le cose sconosciute o inconoscibili.

Incontrando una forma di mistero già nella realtà della sua scienza il matematico non può meravigliarsi di incontrarla ancora in una realtà molto più alta come quella religiosa; perciò il fatto che la religione prevede il mistero gli appare più come condizione necessaria per la sua credibilità che non un ostacolo ad accettarla. Si potrebbe dire che per un matematico una religione priva di misteri sarebbe evidentemente falsa.

È difficile in un breve intervento illustrare il carattere "misterioso" dei fondamenti della matematica (che, del resto è stato messo in evidenza soprattutto dalle più avanzate ricerche logiche di questo secolo). Mi limiterò a notare che in matematica, anche se ci si vuole limitare a procedimenti finitistici, si devono ammettere regole di tipo non finitistico. Per esempio, una addizione fra due interi è un' operazione che si fa con un numero finito di passi, ma per definire l' addizione si è costretti a parlare dell' insieme (infinito) degli interi naturali. In generale, la descrizione di certi oggetti può essere fatta solo ammettendo regole assai più complesse degli oggetti da descrivere. Ogni volta che si vuole descrivere un sistema formale di una certa potenza si ha bisogno di una potenza un po' superiore. Chi studia la matematica sa che ci sono diversi livelli di infiniti; ebbene, i discorsi sugli infiniti più "piccoli" si possono bene inquadrare solo se si ha fiducia negli infiniti "più grossi", così come la fiducia nella parte finitistica della matematica è legata alla fiducia nella parte infinitistica!

Discorsi del tipo ora fatto sono spesso chiamati "metamatematica". Ci si può chiedere se c' è qualche rapporto fra matematica e metafisica e se la scoperta dell' incapacità di "autodescrizione" e di "autogiustificazione" della matematica porti necessariamente all' accettazione della metafisica tradizionale. È un discorso difficile, dato che, mentre le più recenti ricerche matematiche portano a rivalutare una concezione realistica della conoscenza (corrispondenza fra concetti o proposizioni e realtà) dall' altro mettono in evidenza gravi difficoltà logiche che ostacolano la formulazione di sistemi capaci di una completa autodescrizione. In matematica, sistemi logico–formali che comprendono fra le proprie categorie la negazione non possono essere autodescrittivi; forse difficoltà dello stesso tipo, anche se nascoste in vario modo, si incontrano anche in molti sistemi filosofici, ma per metterle in evidenza occorrerebbe una conoscenza simultanea ed egualmente profonda della filosofia e della logica matematica che è difficile raggiungere. Vi è indubbiamente un salto non facile fra discorso matematico e discorso filosofico; certamente, fra discorso matematico e discorso di fede vi è un salto molto più grande: Dio non può essere ridotto al "primo ente autocomprensivo". Abbiamo allora la sensazione di non poter applicare categorie puramente logiche.

È più facile per chi crede accettare il principio fondamentale dell' etica scientifica, cioè la ricerca appassionata della verità, che deve prevalere su ogni interesse di tipo pragmatistico (lo scienziato come tecnico al servizio del potere o come propagandista al servizio dell' ideologia). Solo se lo scienziato ama e ricerca la verità come bene per sé desiderabile, potrà anche servire l' interesse globale dell' umanità, poiché la verità è liberante sia nell'ordine spirituale che in quello materiale, mentre la mistificazione asservisce.

A.3 Il valore sapienziale della matematica fra fede e scienza

Per quanto ricchi possono essere i nostri schemi concettuali, essi non abbracciano mai tutta la realtà. Questa considerazione è interessante per lo scienziato perché proprio il fatto che la realtà è molto più ampia delle nostre conoscenze ci induce a tentare sempre di allargare il campo della nostra riflessione scientifica, ad ampliare l' angolo della realtà illuminato dalle nostre teorie.

Nello stesso tempo dobbiamo riconoscere che, comunque, quest' angolo illuminato sarà una piccola parte dell' enorme immensità che rimane oscura. Vi è in fondo all' origine di ogni progresso scientifico questo atteggiamento sapienziale: il riconoscimento di quanto grande sia la realtà che si trova fuori dall' angolo illuminato delle nostre teorie. Questo non ci deve portare a spegnere il riflettore, ma piuttosto a cercare di migliorarlo ed ampliarlo.

Il lavoro scientifico condotto seriamente non solo non allontana da quel sentimento che gli antichi chiamarono filosofia cioè "amore della sapienza", ma aiuta a capire tutta l' importanza e tutta la ricchezza di quel sentimento anche se resta la difficoltà indicata all' inizio di definire la sapienza. Naturalmente i vocabolari fanno quello che possono, dànno delle definizioni utili e interessanti a cui, come anche accade per tutte le teorie scientifiche, sfugge sempre qualcosa.

Se gli antichi savi non vollero essere chiamati “sofisti” e nemmeno “sofologi”, è perché una scienza sistematica che spieghi in modo esauriente che cosa sia la sapienza non esiste e direi che non può esistere. La sapienza può essere amata e lodata: questa era l’ idea che ne avevano i savi greci, vicina in sostanza a quella dei savi orientali di cui la Bibbia parla per esempio nel *Libro dei Proverbi*. Non sono un biblista, non potrei illustrare l’ ambiente culturale in cui questo antico libro è stato scritto, posso dire che molti passi del libro rappresentano un importante argomento di riflessione anche per lo scienziato moderno.

Il *Libro dei Proverbi* non dà una esplicita definizione della sapienza ma dà qualcosa che rassomiglia a ciò che noi matematici chiamiamo una “definizione implicita” di sapienza, cioè una serie di informazioni che collegano la sapienza a tutte le altre realtà della vita.

La prima cosa che emerge da questa definizione implicita è l’ estrema ampiezza del significato della parola “sapienza”. Il *Libro dei Proverbi* passa dai proverbi che si riconducono alla vita familiare, al lavoro quotidiano, ai proverbi che parlano della giustizia, della politica, dei doveri del re, dei doveri dei giudici, dei doveri degli anziani. Si parla anche della natura, delle piante, degli animali ma poi si sale a livelli sempre più alti; uno dei passi più belli è quello in cui la Sapienza dice:

> *Io ero con Dio quando creava il mondo, mi dilettavo della creazione*

(cfr. *Prv* 8,30–31).

Questo ci dice che fra le cose che riguardano la Sapienza c’ è anche l’ ordine, la bellezza, la grandezza dell’ universo: nulla sfugge alla Sapienza.

Proprio partendo da quest’ osservazione avevo notato in uno scritto sul valore delle varie scienze ed in particolare delle scienze matematiche che le scienze hanno un significato, sembrano vive, verdi, rigogliose, se le pensiamo come rami dell’ albero della sapienza. Se noi non vediamo in una scienza uno dei tanti rami della sapienza, allora questa scienza ci sembra priva d’ interesse, fredda, arida lontana dall’ uomo. Se in ogni scienza noi vediamo un ramo dell’ albero della sapienza allora ogni scienza ci appare in tutto il suo significato.

Capiamo allora anche il giusto significato della specializzazione scientifica, il giusto senso della professionalità che non isola dal resto del sapere, non esclude il dialogo con le altre discipline, non esclude l’ impegno, sia didattico che divulgativo, di comunicare i contenuti della propria scienza a qualsiasi pubblico. Questa giusta specializzazione può avere un valore sapienziale di riconoscimento dei propri limiti. Ognuno deve dire onestamente:

> *Io non sono in grado di studiare con profondità, con serietà tutte le discipline, ma le considero tutte con attenzione e rispetto, amo tutta la sapienza, cerco il dialogo con gli studiosi di vari rami del*

> *sapere, parlando loro delle poche cose che conosco abbastanza bene e ascoltando i loro discorsi su ciò che essi meglio conoscono.*

Inteso in questo senso, come atto di umiltà e non come volontà di isolamento, una ragionevole specializzazione professionale può essere una forma di amore della sapienza.

Il *Libro dei Proverbi* che ho già citato comincia con le parole

> *"timor Domini principium sapientiae"*

(cfr. *Prv* 1,7). Nel *timor Domini* ci sono moltissime cose, c' è il riconoscimento dei propri limiti, dei propri errori, dei propri peccati, ma c' è anche il riconoscimento delle proprie potenzialità, della propria dignità umana, della propria capacità di progredire. In fondo non ci potrebbe essere senso dell' errore e del peccato senza la coscienza della propria dignità e della propria capacità di progredire verso il bene. Anche in questo il comune buon senso può aiutarci nella ricerca di una maggiore comprensione tra credenti e non credenti: quando noi parliamo usiamo spesso la parola peccato in frasi di questo genere: "È stato un bellissimo concerto, peccato che tu non sia venuto". Già con queste semplici parole leghiamo l' idea del peccato all' idea di qualcosa di bello che si poteva realizzare e non si è realizzato oppure si può realizzare ma ancora non abbiamo realizzato.

Penso che questo comune elementare senso del peccato potrebbe essere il punto di partenza per un dialogo che porti ad una migliore comprensione tra persone che si ritengono credenti e persone che si ritengono non credenti, ad un confronto sereno tra ciò che i credenti chiamano *timor Domini principium sapientiae* e ciò che i non credenti chiamano onestà intellettuale, ad una riflessione sulla fede in Dio che in principio creò l' uomo a Sua immagine e la fede nella dignità e nel valore della persona umana di cui parla il preambolo della *Dichiarazione Universale dei Diritti Umani* del 10.12.1948.

Penso che tale Dichiarazione può essere discussa criticamente e forse in futuro potrà essere perfezionata perché tutte le cose umane sono imperfette e perfettibili, ma sicuramente essa è una espressione importante dell' amore della sapienza su cui bisognerebbe meditare, un tentativo onesto e generoso di spiegare ciò che in concreto nella vita politica, sociale, culturale significa la fede nella dignità dell' uomo. È importante il fatto che il preambolo della Dichiarazione parli apertamente della fede nella dignità dell' uomo: in fondo, ci dice che all' origine del diritto e della giustizia, non c' è il risultato di un' indagine scientifica, ma c' è un atto di fede e dalla fede nella dignità dell' uomo discendono tutti i diritti umani nelle loro diverse specializzazioni, diritto civile, penale, commerciale, internazionale, ecc.

È qualcosa che mi ricorda l' antico detto, credo medievale, *credo ut intelligam*. Per cominciare a capire bisogna aver fede: senza fede nell' ordine dell' universo, non si può fare della fisica; senza fede nella libertà e nelle potenzialità dell' uomo, non si può fare etica; senza fede nella possibilità di miglioramento della società non progredisce l' organizzazione politica, economica, sociale e culturale; senza fede nella capacità e nella sensibilità degli allievi, non è possibile un buon insegnamento.

Io aggiungo che per me fede vuol dire anche fede in Dio e in tutti gli articoli del Credo, di cui segnalo in particolare l' articolo che dice

> *aspetto la risurrezione dei morti,*

dato che non potrei sopportare l' idea che le persone a cui ho voluto più bene siano veramente scomparse per sempre, che senza la fede nella Resurrezione di Cristo e l' attesa della Resurrezione dei morti, non saprei dare un significato alla mia vita ed al mio stesso lavoro scientifico.

Tutto questo secondo me significa la sapienza: qualcosa di molto più ampio della ricerca scientifica e che alla fine dà alla ricerca un senso e un valore. Non sono capace di spiegare come si possa trasmettere la sapienza ai giovani, come si possa far capire il legame che c' è fra scienza e sapienza, come far capire che i due termini "fede" e "scienza" vanno visti in funzione anche di questo terzo termine che li racchiude tutti e due, che è precisamente il termine della "sapienza".

Ciò di cui io sono capace è una testimonianza minima, la testimonianza della mia convinzione che alla fine la sapienza è al centro di tutto e che la fede, la scienza, l' etica sono tanti rami della sapienza. Purtroppo per me è difficile realizzare questa unità essenziale nella mia vita, nel mio studio, nel mio insegnamento e ancora più difficile insegnare ad altri come realizzarla. La mia testimonianza si ferma a dire questo: ricordate che tutto può essere ricondotto alla sapienza, anche se ricondurre tutto a questa unità è molto difficile.

BIBLIOGRAFIA

[1] E. WIGNER, *The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences,* "Comunications in Pure and Applied Mathematics" 13 (1960), pp. 1–14;

[2] H. WEYL, *Philosophy of Mathematics and Natural Science,* Atheneum, New York 1963;

[3] C. CELLUCCI (a cura di), *La filosofia della matematica,* Laterza, Bari 1967;

[4] B. DE FINETTI, *Teoria delle probabilità,* 2 voll., Einaudi, Torino 1970;

[5] R. COURANT E H. ROBBINS, *Che cos' è la matematica? Introduzione elementare ai suoi concetti e metodi,* Boringhieri, Torino, 1971;

[6] B. RUSSEL, *I principi della matematica* (1903), Newton Compton, Roma 1974;

[7] N. I. LOBACEVSKIJ, *Nuovi principi della geometria* (1935–1938), Boringhieri, Torino, 1974;

[8] M. KLINE, *La matematica nella cultura occidentale* (1953), Feltrinelli, Milano 1982;

[9] E. NAGEL e J. R. NEWMAN, *La prova di Gödel,* Boringhieri, Torino, 1982;

[10] D. R. HOFSTADTER, *Gödel, Escher e Bach: un' eterna ghirlanda brillante,* Adelphi, Milano 1984;

[11] P. DAVIS, R. HERSH, *L' esperienza matematica,* Edizioni di Comunità, Milano 1985;

[12] F. ENRIQUES, *Problemi della scienza* (1906), Zanichelli, Bologna 1985;

[13] I. R. SHAFAREVICH, *Su certe tendenze nello sviluppo della matematica* (1973), "Nuova Secondaria" 3 (1985), n. 7, pp. 33–35;

[14] E. MENDELSON, *Introduzione alla logica matematica,* Boringhieri, Torino, 1987;

[15] B. MANDELBROT, *La geometria della natura* (1982), Theoria, Roma 1990;

[16] E. T. BELL, *I grandi matematici* (1950), Sansoni, Firenze 1990;

[17] F. ENRIQUES, *Scienza e razionalismo* (1912), Zanichelli, Bologna 1990;

[18] J. D. BARROW, *Perché il mondo è matematico?,* Laterza, Roma–Bari 1992;

[19] E. DE GIORGI, M. FORTI, G. LENZI, *Una proposta di teorie di base dei Fondamenti della Matematica,* "Rendiconti Matematici dell' Accademia dei Lincei", serie 9, 5 (1994), pp. 11–22 e 117–128, 6 (1995), pp. 79–92;

[20] H. POINCARÉ, *Geometria e caso. Scritti di matematica e fisica,* Boringhieri, Torino, 1995;

[21] E. CATTANEI, *Enti matematici e metafisica. Platone, l' Accademia e Aristotele a confronto,* Vita e Pensiero, Milano 1996;

[22] E. DE GIORGI, *Riflessioni su matematica e sapienza,* a cura di A. Marino e C. Sbordone, Quaderni dell' Accademia Pontaniana, Napoli 1996;

[23] E. DE GIORGI, M. FORTI, G. LENZI, *Verità e giudizi in una nuova prospettiva assiomatica,* in "Il fare della scienza. I fondamenti e le palafitte", Il Poligrafo, Padova 1997, pp. 233–252;

[24] P. PIZZAMIGLIO, *Religiosi matematici,* "L' insegnamento della matematica e delle scienze integrate" 21 (1998), pp.410–438;

[25] K. DEVLIN, *Dove va la matematica,* Bollati–Boringhieri, Torino, 2000;

[26] E. GIUSTI, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici,* Bollati–Boringhieri, Torino, 2000.

APPENDICE B

E IN QUESTO MONDO I NUMERI NON BASTANO

E. De Giorgi, D. Pallara

*D*a molti viene considerata una scienza statica,
in cui conta soltanto la quantità

E IN QUESTO MONDO I NUMERI NON BASTANO

Aumenta la richiesta di laureati

Articolo apparso nel quotidiano "La Repubblica", il 5 ottobre 1991

Invitati a dare qualche indicazione utile a chi deve scegliere la Facoltà e il corso di laurea a cui iscriversi, cominceremo notando che, generalmente, la scelta dipende in parte da considerazioni pratiche (speranza di successo negli studi e prospettive di lavoro dopo la laurea), in parte dalle idee che un giovane può avere sull' importanza, l' utilità sociale, il prestigio, il "valore culturale", l' intrinseca "bellezza" delle diverse discipline previste dall' ordinamento universitario.

Per quanto riguarda il corso di laurea in matematica, ci sembra che un laureato abbia nel complesso delle ottime possibilità di lavoro, probabilmente il numero delle persone che si laureano ogni anno in Italia è inferiore alle necessità complessive del Paese; pensiamo infatti che al progresso economico e culturale di una nazione moderna siano necessari un buon numero di buoni matematici ed una cultura di cui la matematica sia componente importante. Questa impressione potrebbe essere confermata da un' indagine sistematica sulle carriere dei laureati in matematica che lavorano attualmente nella scuola media, nell' università, in istituti di ricerca ed in altri enti e imprese pubbliche e private; l' indagine sulla situazione attuale potrebbe essere completata da interviste a imprenditori e dirigenti pubblici e privati italiani e stranieri sulla probabile richiesta di matematici nei prossimi anni.

Pensiamo che questa richiesta sia destinata ad aumentare, per la progressiva "matematizzazione" di tutte le discipline scientifiche (e in parte anche di qualche disciplina umanistica) e l' uso crescente di modelli matematici nei campi più svariati della scienza, della tecnica, dell' organizzazione. Inoltre l' impiego sempre più diffuso dei calcolatori richiede una crescita parallela della cultura matematica, che in un certo senso deve presiedere alla loro ideazione ed utilizzazione se si vuole che essi servano realmente al progresso e non siano fonte di disordine, confusione, spreco di risorse.

Per quanto riguarda le probabilità di successo negli studi di coloro che scelgono il corso di laurea in matematica, dati statistici interessanti potrebbero essere i numeri degl' iscritti nelle diverse sedi universitarie italiane, dei laureati negli ultimi anni, dei fuori corso, di coloro che lasciano il corso prima della laurea, ma pensiamo che queste indicazioni possono risultare più utili per un discorso generale sulla situazione della matematica in Italia che per le scelte individuali di un singolo studente. Infatti la matematica, più di altre discipline, può risultare facilissima per alcuni, difficilissima per altri e la stessa esperienza della scuola media può essere modificata nel corso degli studi universitari, durante i quali la matematica può apparire più difficile, ma anche più varia ed interessante.

Ci sembra che proprio quello dell' interesse per la matematica sia il problema principale che la scuola media e l' università devono affrontare per adattarsi al crescente bisogno di cultura matematica della società moderna: più della "quantità di matematica" insegnata, è importante l' interesse vivo e durevole che si riesce a suscitare nei confronti di questa scienza. Occorrerebbe evitare certe "crisi di rigetto" per cui molte persone, abbastanza colte in altri campi, si dichiarano totalmente refrattarie nei confronti della matematica. Il fenomeno del rigetto del resto si verifica anche in misura minore in chi, pur avendo studiato la matematica con profitto e magari usandola nella propria professione, non ammette che le sue conoscenze in questo campo possono ancora allargarsi dopo il conseguimento di una laurea.

Certamente la crescita d' interesse nei confronti della matematica non dipende solo dalla scuola, ma anche dai mezzi d' informazione (giornali, riviste, radio, televisione, ecc.) che insieme potrebbero diffondere un' idea più adeguata della matematica, della sua ricchezza e varietà, della sua capacità di unire armoniosamente tradizione e innovazione, di passare con facilità dai principi più generali ai casi particolari, dai problemi più concreti alle idee più astratte. Per esempio, nello studio dei più concreti problemi d' ingegneria, in cui a prima vista sembrano intervenire solo quantità finite, s' impiega largamente il calcolo infinitesimale, che è fondato sulle idee di infinito ed infinitesimo.

Rispetto alla ricchezza della matematica, le idee oggi prevalenti ci sembrano inadeguate: molti ammettono che la matematica è una scienza affidabile (si parla comunemente di "certezza matematica" per indicare il massimo della certezza), riconoscono che è assai utile al progresso delle scienze sperimentali, della tecnica, dell' economia, ma la ritengono una scienza sostanzialmente statica in cui ormai vi è poco da scoprire e poco da innovare. I nomi dei maggiori matematici moderni e le loro opere sono ignorati dalla maggior parte del pubblico; per esempio, pochi hanno sentito parlare delle teorie degli spazi a infinite dimensioni che costituiscono una delle maggiori conquiste della matematica di questo secolo.

È pure assai diffuso il pregiudizio di chi considera la matematica come la scienza della quantità, inadatta alla discussione di questioni qualitative; in realtà, se guardiamo la matematica pura vediamo che molti suoi risultati hanno carattere qualitativo, se guardiamo la matematica applicata vediamo che un modello matematico è interessante quando descrive bene gli aspetti qualitativi di un fenomeno prima ancora di fornire i mezzi per valutazioni e previsioni di carattere quantitativo.

Queste considerazioni possono sembrare troppo astratte rispetto al problema concreto della scelta di un corso di laurea, tuttavia, come abbiamo osservato all' inizio, tale scelta è in realtà notevolmente influenzata dalle idee generali che il pubblico ha sulle diverse scienze e professioni. Certamente non è facile per lo studioso di una particolare disciplina scientifica parlare di queste idee, rispondere a domande come "A che serve la matematica?", "Ci si può fidare della scienza e degli scienziati?", "La scienza è veramente obbiettiva?", "Quali sono le relazioni tra scienza, etica e politica?", ecc. Di fronte a domande di questo tipo molti scienziati preferiscono tacere; noi riteniamo preferibile che ognuno tenti di esporre il proprio pensiero con umiltà ed onestà intellettuale, avvertendo che le idee esposte non sono necessariamente condivise da tutti i colleghi, che chi parla non pretende di conoscere tutte le scienze e nemmeno tutta la propria disciplina, di cui ha approfondito solo una piccola parte, ma non rinuncia a qualche riflessione sul significato complessivo del proprio lavoro. Pensiamo che anche in questo secolo, come ai tempi di Galilei e di Newton, lo scienziato debba sempre considerarsi un "filosofo naturale", cioè una persona che attraverso lo studio della natura manifesta quel sentimento che gli antichi hanno chiamato "filosofia", cioè "amore della sapienza", che un buon insegnamento ed una buona divulgazione di una disciplina scientifica debbano metterne in luce il "valore sapienziale".

Da questo punto di vista, la matematica presenta molti aspetti interessanti, per esempio quello della collaborazione tra matematica, scienze sperimentali, tecnica, realizzabile con successo solo nel rispetto per l' autonomia e l' originalità di ogni disciplina. Si servono bene della matematica solo il tecnico e lo scienziato sperimentale che sanno guardarla con simpatia ed attenzione disinteressata, che ne apprezzano l' intrinseca bellezza e non solo l' utilità pratica; d' altra parte, trae utile ispirazione dalle scienze sperimentali e dalla tecnica solo il matematico che guarda con gli stessi sentimenti il mondo della natura e della tecnica.

Questo discorso sulla migliore comprensione fra matematici e studiosi di altre discipline può apparire anacronistico in tempi di crescente specializzazione, in cui spesso risulta difficile lo stesso scambio d' idee tra studiosi di rami differenti della matematica. Tuttavia pensiamo che l' ideale di una maggiore comprensione e solidarietà all' interno della comunità scientifica internazionale sia ancora attuale e possa essere il primo passo verso una maggiore armonia tra tutte le culture e quell' amicizia tra individui, famiglie, nazioni, gruppi razziali e religiosi in cui la Dichiarazione Universale dei Diritti Umani del 10.12.1948 riconosce il fattore più importante di pace e di progresso per l' intera umanità.

Questo ideale è stato in tempi recenti sostenuto da grandi scienziati, come Andrei Sacharov, e pensiamo sia dovere della comunità scientifica ricordarne l' esempio e continuarne l' opera. Un esempio più antico è quello della missione in Cina di Matteo Ricci che, partendo dal comune interesse per i problemi matematici, geografici, astronomici, riuscì a stabilire un dialogo fecondo con i dotti cinesi, punto di partenza per un incontro tra due culture prima assai distanti, per un discorso che, cominciando con la considerazione di alcuni problemi scientifici, arrivava a toccare l' etica, la religione e ogni altro aspetto della vita e del sapere. Esempi più recenti sono le campagne condotte dai matematici di tutto il mondo per la liberazione del matematico sovietico Leonid Pliusch e del matematico uruguaiano José Luis Massera. Queste campagne sono state un' affermazione concreta del valore della libertà come fondamento di ogni progresso scientifico e culturale, della necessità di una solidarietà mondiale nella difesa dei diritti umani, che non dobbiamo dimenticare, perché può guidare la nostra azione di fronte a tutte le responsabilità che la storia ogni giorno ci presenta.

Ritornando ai giovani che si iscrivono a diverse facoltà di carattere tecnico–scientifico, vorremmo raccomandare loro di non cedere alla tentazione di una specializzazione eccessiva, di non rinunciare al dialogo con gli amici che hanno scelto differenti corsi di laurea, di conservare, malgrado tutte le difficoltà che potranno incontrare, la speranza di una migliore comprensione tra i diversi rami del sapere.

Alla realizzazione di questa speranza può contribuire la matematica, con la sua capacità di collegare idealità e realismo, amore per la tradizione e audacia innovativa, di collaborare con successo con le più diverse discipline senza perdere la propria inconfondibile identità.

Possiamo dire che, più di ogni altra scienza, la matematica ci dà fiducia nella forza della ragione umana; nello stesso tempo, essa ci fa constatare anche la debolezza della nostra ragione: da una parte abbiamo teorie audacissime eppure rigorosamente coerenti, soluzioni ingegnosissime di difficili problemi, collegamenti inattesi fra oggetti apparentemente lontanissimi, dall'altra vediamo che vi sono più problemi insoluti che problemi risolti, che la soluzione di un problema suscita immediatamente molte altre domande a cui non si sa rispondere, che la ricerca dei fondamenti della matematica non giunge mai ad individuare con chiarezza la base su cui questo grandioso edificio è costruito. Riflettendo su questo aspetto della matematica, si possono ricordare le pagine dei "Pensieri" di Pascal sulla grandezza e la miseria dell' uomo e riconoscere in esse, oltre a una profonda riflessione filosofica e religiosa, anche il riflesso delle sue esperienze di grande matematico, famoso per le sue scoperte nel campo dell'idrodinamica, della probabilità, del calcolo automatico.

Purtroppo nello spazio di un articolo non è possibile approfondire gli argomenti, concreti o astratti, che abbiamo appena sfiorato; ci auguriamo almeno che esso provochi in qualcuno il desiderio di riprendere e approfondire alcuni temi che assai raramente vengono trattati.

APPENDICE C

LUOGHI INTITOLATI A ENNIO DE GIORGI

- Dipartimento di Matematica — Università di **Lecce** — 14.05.1997
- Aula del Corso di Laurea in Economia — Univ. di **Lecce** — 14.05.1997
- Centro di Ricerca Matematica, Matematica nelle Scienze Naturali e Sociali — Collegio Puteano, Scuola Normale Superiore — **Pisa** — (fine 2001)
- Casa dello Studente c/o Salesiani — **Lecce**
- Strada di **Lecce** (via tra Liceo Palmieri e Palazzo Codacci Pisanelli)
- Centro Polifunzionale — **Lizzanello (Le)** — 14.02.2004

BIBLIOGRAFIA

[1] G. PRODI, *Ricordo di Ennio De Giorgi,* L' insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate, vol. 19AB n.6, novembre – dicembre 1996, 508–512

[2] A. FAEDO, *Come Ennio De Giorgi giunse alla Scuola Normale Superiore,* Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Cl. Sc. (4) Classe di Scienze, vol. XXV, 3–4 1997, 433–434

[3] J. L. LIONS, F. MURAT, *Ennio De Giorgi (1928–1996),* Gazette des Mathématiciens, n. 71, janvier 1997, 30–34

[4] AA.VV., Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Serie IV, Vol. XXV, 1–2, 1997

[5] AA.VV., Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Serie IV, Vol. XXV, 3–4, 1997

[6] E. BOMBIERI, *Ennio De Giorgi*, Rend. Suppl. Accademia dei Lincei, Serie IX — vol. VIII, 105–114, 1997

[7] J. P. CECCONI, *Ennio De Giorgi,* Atti dell' Accademia Ligure di Scienze e Lettere, Serie V, LIV 1997, 63–67

[8] E. MAGENES, L. AMBROSIO, *Ennio De Giorgi,* Istituto Lombardo di Scienze e Lettere, Rendiconti Parte Generale Atti Ufficiali, vol. 131, 1997

[9] C. SBORDONE, *Ricordo di Ennio De Giorgi,* Atti Della Accademia Pontaniana, nuova serie — volume XLV, Giannini Editore, Napoli 1997, 394–395

[10] C. SBORDONE, *Ennio De Giorgi,* Annali di Matematica Pura ed Applicata, serie quarta — tomo CLXXIII, Zanichelli Editore, Bologna 1997, 3–6

[11] P. VILLAGGIO, *Ennio De Giorgi (1928–1996),* Meccanica, 32, 1997, 481–482

[12] AA.VV., ***Ennio De Giorgi***, a cura di L. Carlino, Lions Club Lecce Host, 1997–'98, 1–63.

Presentazione di RAFFAELE RAMPINO

Introduzione di MARIO MARTI

Relazioni:

MARIO DE GIORGI, *Il legame della famiglia*

LORENZO CARLINO, *Il legame dell'amicizia*

MICHELE CARRIERO, *Il legame della scienza*

FRANCO LUPO, *Il legame della fede*

[13] AA.VV, ***Dossier Ennio De Giorgi**,* a cura di Angelo Guerraggio, in *Lettera Matematica*, 27–28, marzo–giugno 1998, Pristem, Centro Eleusi, Università Bocconi, Springer, I–XLIV

Articoli di:
ROSA DE GIORGI FIOCCO, MARIO DE GIORGI, *Vita familiare*
EDOARDO VESENTINI, *A Roma e poi alla Scuola Normale*
GIOVANNI PRODI, *La cravatta*
LUIGI RADICATI DI BROZOLO,
ENRICO MAGENES, *Il "Vial del Pan"*
FERRUCCIO DE STEFANO, *La scienza*
GIOVANNI PRODI, *L' atteggiamento verso la ricerca scientifica*
GIOVANNI PRODI, *I gruppi di ricerca*
EDOARDO VESENTINI, *La speranza*
FRANCO BASSANI
SERGIO MERCANZIN, *L' impegno nella società civile*
FRA SERGIO PARENTI O.P.
VITTORIA SCANU
FRANCO BASSANI, *Gli ultimi anni*
ENRICO GIUSTI, *Le equazioni alle derivate parziali e le superfici minime*
SERGIO SPAGNOLO, *I primi anni della* Γ *– convergenza*
GIUSEPPE BUTTAZZO, *Metodi diretti del calcolo delle variazioni*
TULLIO FRANZONI, *Un'idea di De Giorgi sui Fondamenti della geometria elementare*

GIANNI DAL MASO, *Gli sviluppi della* Γ *– convergenza*
LUIGI AMBROSIO, *Problemi con discontinuità libere*
ANTONIO MARINO e CLAUDIO SACCON, *La pendenza e il calcolo sottodifferenziale*.

[14] M. FORTI, *Collezioni, insiemi e funzioni nell' ambito delle teorie fondazionali di E. De Giorgi,* Dipartimento di Matematica Applicata, Quaderno del DMA, Pisa, 1998/4

[15] M. FORTI, *The Foundational Theories of Ennio De Giorgi,* L. GALLENI, *Axiomatization of Biology within the Foundational Theory of Ennio De Giorgi* INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON FOUNDATIONS IN MATHEMATICS AND BIOLOGY, PROBLEMS, PROSPECTS, INTERACTIONS, Pontifical Lateran University — Rome (Italy), november 26–27, 1998

[16] AA.VV., RICERCHE DI MATEMATICA, *Contributi dedicati alla memoria di Ennio De Giorgi,* a cura del Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell'Università degli Studi di Napoli "Federico II", Vol. XLVIII 1999 – Supplemento

[17] L. AMBROSIO, G. DAL MASO, M. FORTI, M. MIRANDA, S.SPAGNOLO, *Ennio De Giorgi,* Bollettino Unione Matematica Italiana (8), 2–B (1999), 1–31, Zanichelli Editore, Bologna

[18] G. DE CECCO, *Ennio De Giorgi e il valore sapienziale della Matematica,* in "Visione del Mondo nella Storia della Scienza", a cura di Ezio Mariani, I Quaderni dell'IPE, n.10, ottobre 1999, 73–87

[19] L. GALLENI, M. FORTI, *Un' assiomatizzazione di alcuni concetti della Biologia nell' ambito delle teorie fondazionali di E. De Giorgi,* in "La matematizzazione della Biologia: storia e problematiche attuali" — Atti del I workshop di Arcidosso, 31/VIII–3/IX 1997 (P. Cerrai and P. Freguglia, eds.). QuattroVenti, Urbino 1999, 119–132.

[20] L. GALLENI, M. FORTI, *An axiomatization of biological concepts within the foundational theory of Ennio De Giorgi,* Rivista di Biologia - Biology Forum, vol. 92, p. 77, 1999

[21] AA.VV., ***Per Ennio De Giorgi,*** Dipartimento di Matematica di Lecce, ed. Liguori, Napoli 2000, 1–88

Prefazione di ANTONIO LEACI

Interventi:

M. CARRIERO, *Commemorazione di Ennio De Giorgi*

Conferenze nell' ambito della Mostra "Oltre il compasso" [1]

[1] Lecce, Castello di Carlo V, 8–28 febbraio 1997

E. Giusti, *Il contributo di Ennio De Giorgi al Calcolo delle Variazioni*

G. Prodi, *Matematica e Biologia*

F. Pastrone, *L' arte della matematica*

Giornata celebrativa in ricordo di Ennio De Giorgi, Lecce, 14 maggio 1997

Indirizzi di saluto: M. Rosa, C. Sbordone, A. Leaci, M. Carriero

M. Miranda, *Un ricordo di Ennio De Giorgi*

S. Spagnolo, *I primi anni della* Γ *– convergenza*

A. Marino, C. Saccon, *La pendenza e il calcolo sottodifferenziale*

Rosa De Giorgi Fiocco, *Ai Professori del Dipartimento di Matematica*

[22] AA.VV., Ricerche di Matematica, *Contributi dedicati alla memoria di Ennio De Giorgi*, a cura del Dipartimento di Matematica e Applicazioni dell' Università degli Studi di Napoli "Federico II", Vol. XLIX 2000 – Supplemento

[23] G. Dal Maso, *Ennio De Giorgi e la risoluzione del XIX problema di Hilbert,* e *proiezione di un'intervista al matematico Ennio De Giorgi,* in "Master in comunicazione della Scienza", 17–25 novembre 2000, Sissa, Trieste

[24] M.Forti, *The foundational theories of Ennio De Giorgi,* Aquinas, vol. 43, p. 355, 2000

[25] M.Forti, L. Galleni, *Un' assiomatizzazione della genetica all'interno della teoria dei fondamenti di Ennio De Giorgi,* Centro Interdisciplinare per lo Studio dei Sistemi Complessi, Quaderno del CISSC, 3, Pisa, 2000

[26] Colloquio De Giorgi 2000, 2001, 2002, 2003, 2004, Classe di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali, Scuola Normale Superiore di Pisa

[27] D. Lenzi, *Dal teorema di De Giorgi–Nash al teorema di Pitagora: un salto a ritroso di venticinque secoli segnati dalla costante ricerca della verità scientifica,* Periodico di matematiche, serie VIII, vol. 2, n.1, 2002, 33–44

[28] F. Marcacci, *Matematica e realtà: è ancora possibile tornare a parlare di "qualcosa"?* (Il confronto Nelson–De Giorgi), in Aquinas 2004, XLVII, 1 43–66.

[29] Giovanni Prodi, *Un ricordo di Ennio De Giorgi,* in "Grandi matematici del Novecento", Lettera Matematica Pristem, n. 50–51, Dicembre 2003– Marzo 2004, Centro Eleusi Università Bocconi, Springer

[30] D. PALLARA, *Calculus of Variations: Topics from the Mathematical Heritage of Ennio De Giorgi,* Quaderni di Matematica, 14, Dipartimento di Matematica Seconda Università di Napoli, 2004

[31] E. GIUSTI, *Ricordo di De Giorgi,* in M. Emmer, a cura di, "Matematica e cultura 2004", Springer, Italia, 2004, 3–8

[32] M. EMMER, *X Day, i grandi della scienza del novecento: Ennio De Giorgi* in M. Emmer, a cura di, "Matematica e cultura 2004", Springer, Italia, 2004, 9–16

RASSEGNA STAMPA

[33] ANITA PRETI, *Un maestro filosofo dei numeri,* Quotidiano di Lecce, 26 ottobre 1996,

[34] PIERO LISI, *Dal Salento alle stelle con i numeri,* Gazzetta del Mezzogiorno, 26 ottobre 1996

[35] V. CALDELLI, *La scomparsa di De Giorgi, maestro di logica e di umanità,* La Nazione, 26 ottobre 1996

[36] MICHELE EMMER, *Il maestro italiano della matematica,* L'Unità, 27 ottobre 1996

[37] MICHELE EMMER, *Libertà, amore, fantasia: una vita in numeri,* L'Unità, 29 ottobre 1996

[38] MICHELE CARRIERO, *La lezione umana dello scienziato,* Quotidiano di Lecce, 27 ottobre 1996

[39] GIOVANNI PRODI, *De Giorgi, i numeri e il mistero,* Avvenire, 29 ottobre 1996; nella stessa pagina è riportato l'articolo di: ENNIO DE GIORGI, *Il Big Bang della speranza.*

[40] *È morto il matematico Ennio De Giorgi,* Osservatore Romano, 28–29 ottobre 1996

[41] LEDA CESARI, *Addio al genio dei numeri e dei valori,* Quotidiano di Lecce, 29 ottobre 1996

[42] *Il saluto di Lecce a De Giorgi,* La Gazzetta del Mezzogiorno, 29 ottobre 1996

[43] GIUSEPPE DE CECCO, *Ricordo di un maestro. Fiducia nella ragione e nella fede,* L' Ora del Salento, Lecce, 2 novembre 1996, nuova serie a. VI, n. 38

[44] Mario Miranda e Renzo Leonardi, *Un maestro per vocazione,* Galileo, Giornale di scienza e problemi globali, 2 novembre 1996

[45] Antonio Marino, *Il matematico delle realtà invisibili,* Il Tempo, 21 novembre 1996

[46] Alfredo Mantovano, *Ennio De Giorgi un grande uomo,* Voce del Sud A. XLIII, n. 37, 23 novembre 1996

[47] Tommaso Strambi, *In ricordo di Ennio De Giorgi,* Toscana oggi, 24 novembre 1996

[48] Direzione di CSI (Christian Solidarity International,) *La morte del prof. Ennio De Giorgi,* Bollettino CSI dicembre 1996, n.3, anno X

[49] Dino Levante, *Ennio De Giorgi, Il disegno matematico del mistero di Dio,* Il Quotidiano di Lecce, 6 febbraio 1997

[50] Antonio Marino, *Ennio De Giorgi, uno dei più grandi matematici del mondo. Lo scienziato della solidarietà e dei diritti umani,* Il Tempo (inserto di Napoli), 1 aprile 1997

[51] Antonio Leaci, *Un profilo di Ennio De Giorgi scienziato e maestro,* Student's, associazione Global University (ed. di Lecce, Brindisi e Taranto), maggio 1997

[52] Antonio Leaci, *Lo scienziato gentiluomo,* Il Corsivo IV, n. 23, Lecce, 4 giugno 1997

[53] Giulio Meazzini, *Matematico, professore e altro ancora,* Città Nuova, n.6, 1997

[54] Luciano Modica, *L' addio a un grande matematico,* Sant' Anna News, Pisa, giugno 1997

[55] Umberto Bottazzini, *La Matematica di Star Trek,* Il Sole 24 Ore, 20 luglio 1997

[56] *Il Nobel John Nash commemora De Giorgi,* Gazzetta del Mezzogiorno, 25 ottobre 1997

[57] Paul Èluard — Sandro Greco, Calendario 1998

[58] *Quando la Sapienza si fa Scienza. Il Saggio e la Matematica,* Ricerca, nuova serie di Azione Fucina, 1/'98

[59] Adriano Sofri, *Il bello di un'equazione differenziale,* Panorama, 8 ottobre 1998

[60] Lucia Alessandrini, *Oltre la scienza: una apertura d' interesse?* Aggiornamenti sociali 1/1999

[61] Michele Emmer, *La matematica è una bolla di sapone,* Il Sole 24 Ore, 14 maggio 2000

[62] *Mille anni di Scienza in Italia,* Il Sole 24 Ore, 18 marzo 2001

[63] Umberto Bottazzini, *De Giorgi. Sogni di un mago dei numeri,* Il Sole 24 Ore, 07 ottobre 2001

[64] Mario Marti, *Cinque anni dopo, Ennio De Giorgi,* Voce del Sud, 20 ottobre 2001

[65] Giovanni Orsina, *De Giorgi e l' arte sacra dei numeri,* Il Giornale, 24 ottobre 2001

[66] Piero Bianucci, *I sovrani dei calcoli,* (articolo in "Matematica che passione") Specchio – supplemento de "La Stampa" – 26 gennaio 2002

[67] Vincenzo Maruccio, *De Giorgi? Un genio, Parola di Nash,* Quotidiano, Lecce 9 marzo 2002

[68] Antonio Rolli, *Ennio De Giorgi. Quando la scienza vola alto,* L' Ora del Salento, Lecce 9 marzo 2002

[69] Giancarlo Mola, *Tutti stregati dal gioco dei numeri, effetto Crowe per la matematica,* La Repubblica, 14 marzo 2002

[70] Antonio Leaci, *Nash: "Ennio per primo sulla cima del monte",* Il Corsivo, Lecce, 6 aprile 2002

[71] Antonino Zichichi, *Equazioni pericolose,* Famiglia Cristiana, n. 16, 2002, 104–105

[72] L. Rastello, *A scuola di genio,* supplemento Corriere della Sera, Io Donna, 16 aprile 2002

[73] Daniele Del Moro, *La virtù di correre appresso ai numeri,* Il Tempo, 11 maggio 2002

[74] Giuseppina Rossi, *De Giorgi. Il matematico che sconvolse Nash,* Corriere del Mezzogiorno, 14 maggio 2002

[75] Giuseppe Buttazzo, *Caro maestro,* Il Corsivo, Lecce, 25 maggio 2002

[76] Chiara Sartori, *La matematica guida l' ordine dell' universo, Piccoli scienziati nel nome di Ennio,* Il Corsivo, Lecce, 25 maggio 2002

[77] *Un genio senza Oscar,* Quotidiano di Lecce, 18 settembre 2002

[78] Candida Virgone, *La "fabbrica" dei geni in matematica, il centro, intitolato a De Giorgi, accoglie ricercatori italiani e stranieri,* Tirreno Pisa, 19 settembre 2002

[79] IL CENTRO DI MATEMATICA DE GIORGI PRESENTA I SUOI TRIMESTRI DI RICERCA, Tirreno Pisa, 12 dicembre 2002

[80] MARCO BERSANELLI, MARIO GARGANTINI, *Solo lo stupore conosce. L' avventura della ricerca scientifica,* presentazone di D. Macchetto, BUR, 2003

[81] FERRUCCIO DE STEFANO, *Omaggio ad Ennio De Giorgi. Autonomia della vita ed unità della conoscenza. Una analisi nel ricordo del grande matematico italiano;* apparirà in Atti della LXVII riunione S. I. P. S. (Società Italiana per il Progresso della Scienza), Avellino, 28–29 novembre 2003

[82] MARIO MIRANDA, *Ennio De Giorgi: una storia che ha fatto il giro del mondo,* Convegno S. I. P. S., Avellino 28–29 novembre 2003

[83] ANGELO FLORES, *Ricordo di Ennio De Giorgi e Renato Caccioppoli,* Scienza e Tecnica, Mensile di informazione della Società Italiana per il Progresso della Scienza (S. I. P. S.) Anno LXVI, n. 400, dicembre 2003

[84] *A lezione col Centro di ricerca matematica,* Tirreno Pisa, 8 febbraio 2004

[85] *Matematica, cultura e società al Centro 'Ennio De Giorgi',* Nazione Pisa, 11 febbraio 2004

[86] *La matematica e il cinema al centro De Giorgi,* Tirreno Pisa, 25 aprile 2004

TESI DI LAUREA

[87] *Alcuni teoremi di semicontinuità nell' opera di Ennio De Giorgi,* laureanda ANNA BAGLIVO, (relatore ANTONIO LEACI)

[88] *Aspetti quantitativi – qualitativi in Matematica e riflessioni di Ennio De Giorgi,* laureanda MARIA LETIZIA ROSATO, (relatore GIUSEPPE DE CECCO)

BORSE DI STUDIO E PREMI

[89] ICTP PRIZE WINNER 1997. The ICTP (International Centre for Theoretical Physics) Prize in the field of Mathematics — in honour of Professor Ennio De Giorgi — has been awarded to Dr. Nitin Nitsure from the Tata Institute of Fundamental Research, Mumbai, India

[90] BORSA DI STUDIO "ENNIO DE GIORGI", Dipartimento di Matematica, Univ. di Lecce

[91] CATTEDRA ENNIO DE GIORGI–FRANCO VENTURI, Università italo–francese, Torino

[92] JUNIOR VISITING POSITION, c/o Centro di Ricerche matematiche "E. De Giorgi" della SNS di Pisa, Comune di Lizzanello (Le).

VIDEO

[93] M. EMMER, *Ennio De Giorgi,*
video–intervista, produzione UMI e M. Emmer, Italia 1996

[94] *X Day, i Grandi della Scienza del Novecento: Ennio De Giorgi,* testi di M. EMMER e E. AGAPITO, Regia ENRICO AGAPITO, Quadro Film e Rai Educational, 2002

INTERNET

[95] http://cvgmt.sns.it/people/degiorgi/

[96] http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/
~history/Mathematicians/De_Giorgi.html

[97] http://www-math.science.unitn.it/~miriam/semdegiorgi.html